Далее, полагая $U^1 = \sin\frac{V^2}{2} e^{\frac{iV^1}{2}}$, $U^2 = \sin\frac{V^2}{2} e^{-\frac{iV^1}{2}}$, придем к системе с лагранжианом

$$L = V_x^1 V_y^1 tg^2 \frac{V^2}{2} + V_x^2 V_y^2 + 2ncos^2 \frac{V^2}{2}$$

– комплексный sin-Gordon. Отсюда, при $V^1 = 0, V^2 = V$ получим уравнение sin-Gordon.

Метрика

$$ds^2 = tg^2 \frac{V^2}{2}(dV^1)^2 + (dV^2)^2,$$

ассоциированная с последним лагранжианом, используется при описании «чернодырной» модели (black hole) в теории поля. В работах [3],[4] построено представление Лакса класса систем, которые содержат эту «черндырную» метрику. В том числе, получено представление Лакса для системы с лагранжианом

$$L = V_x^1 V_y^1 tg^2 \frac{V^2}{2} + V_x^2 V_y^2 + V_x^3 V_y^3 tg^2 \frac{V^4}{2} + V_x^4 V_y^4 + 2k\cos V^2 \cos V^4,$$

которую можно рассматривать как двойной комплексный sin-Gordon.

Список литературы:

[1] Демской Д.К., Мешков А.Г. Представление Лакса для триплета скалярных полей. // ТМФ. – 2003. – Т. 134, N 3. – С. 401.
[2] Demskoi D.K., Meshkov A.G. Zero-Curvature Representation for a Chiral-Type Three-Field System. //Inverse Problems. – 2003. – Vol. 19, № 3 – P. 563–567.
[3] Баландин А.В., Кащеева О.Н. Представление Лакса систем кирального типа. // Нелинейная динамика. – 2007. – Т. 3, N 2. – С. 175–202.
[4] Balandin A.V., Kashcheeva O.N. Lax representation of WZNW-like systems. // Regular and chaotic dynamics. – 2006. – V. 11, N 4. – P. 435–453.

М.С. Киняпина
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

КАЧЕСТВЕННО-ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ВЗАИМОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ

В работе исследуются различные режимы, наблюдающиеся в системе связанных осцилляторов. Изучается влияние начальных условий и параметров системы на изменение фазовых портретов.

Рассматривается система дифференциальных уравнений, описывающая динамику связанных маятников:

$$\ddot{\varphi} + \Lambda\dot{\varphi} + A\sin\varphi = \gamma \quad (1)$$

где $\varphi = \|\varphi_i\|_n^1$ – n-вектор фазовых переменных,

$\gamma = \|\gamma_i\|_n^1$ – n-вектор внешних воздействий,

$\Lambda = \left\| \lambda_{iJ} \right\|_n^n$,

$A = \left\| \alpha_{ij} \right\|_n^n$ $(n \times n)$ – матрицы параметров $\alpha_{ij} > 0$, $\lambda_{ij} > 0$,

$\sin \varphi = \left\| \sin \varphi_i \right\|_n^1$, $i = 1,...,n$.

Ставится задача получения полного разбиения фазового пространства динамической системы вида .Доказательство существования различных предельных множеств вызывает значительные трудности, поэтому решается задача определения областей параметров, соответствующих различным множествам предельных траекторий приближенно с помощью компьютерного моделирования. Получены области параметров, в которых система имеет 2^n состояний равновесия ($\varphi \in [0,2\pi]$), одно из которых устойчивое, а остальные – седлового типа. Найдены области, в которых траектории предельного множества системы есть $\varphi -$циклы по первым m уравнениям и $O -$циклами по переменным φ_i ($i > m$).

Полученные результаты иллюстрируются численным исследованием конкретных систем (2) и (3).

Система (2) имеет вид :

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + \lambda\dot{\varphi} + \cos\psi \cdot \sin\varphi = 0 \\ \ddot{\psi} + \lambda\dot{\psi} + \sin\psi = \gamma \end{cases} \tag{2}$$

Второе уравнение этой системы при $|\gamma| < 1$ имеет два состояния равновесия: устойчивое и седловое $0_1^0(\pi - \arcsin\gamma, 0)$. При γ^* существует петля сепар $0_1^+(\arcsin\gamma, 0)$ атрисы седла, от которой при $\gamma > \gamma^*$ рождается единственный устойчивый φ-цикл. Система (2) аналогично имеет четыре состояния равновесия, двумерное устойчивое многообразие M^+, седловое M^O и φ-траектории. Исследовались вращательные движения при $\gamma > 1$.

Так же рассматривалась система

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + \lambda\dot{\varphi} + (1-\alpha)\cos\psi \cdot \sin\varphi = 0 \\ \ddot{\psi} + \lambda\dot{\psi} + (1+\alpha)\cos\varphi \cdot \sin\psi = \gamma \end{cases} \tag{3}$$

Проведен бифуркационный анализ состояний равновесия системы (3). Установлено существование области параметров , где система (3) имеет единственное устойчивое состояние равновесия. Методом систем сравнения получены оценки области ГАУ.

Устанавливаются области параметров соответствующие существованию периодических, квазипериодических и хаотических режимов.

Результаты аналитического исследования иллюстрируются результатами численного моделирования.

Автор выражает благодарность научному руководителю Белых В.Н. за постановку задачи и консультации.

Список литературы:

[1] Белых В.Н., Чемоданов В.Ю.