И.А. Мордвинкина, Б.С. Украинский
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

БИФУРКАЦИИ ПОДКОВ СМЕЙЛА КУСОЧНО ГЛАДКИХ МНОГОМЕРНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

В докладе рассматриваются многомерные кусочно гладкие отображения с одной нелинейностью. Доказано существование областей параметров, в которых существуют гомоклинические орбиты и рассмотрены их бифуркации.

Рассматривается кусочно гладкое отображение F с одной нелинейностью вида

$$\begin{cases} \bar{x} = x + \sum_{i=1}^{n} y_i - ag(x) \\ \bar{y} = \lambda_i (y_i - b_i g(x)) \quad i = \overline{1,n}, \end{cases}$$

где $x, \lambda_i, y_i, a, b_i \in R^1$, $g(x)$ – кусочно гладкая скалярная функция.

Обозначим $\lambda = \max\limits_i \lambda_i$, $\cap = (0,0,...,0)$. Изучаются сложные бифуркационные переходы от простых фазовых структур с неподвижными точками к многомерным подковам Смейла. В данной работе получены результаты аналогичные [1] для случая кусочно гладкой, а не гладкой нелинейности. При исследовании отображения F используются аттракторы и бифуркационные множества одномерного отображения $\bar{x} = f(x,\gamma) \equiv x + \gamma - ag(x)$, где γ – параметр.

Относительно простейших фазовых портретов имеет место теорема

Теорема 1. 1) *Пусть* $f(x,0)$ *удовлетворяет условию* $|f(x,0)| < kx$. *Тогда существует число* λ^s, *такое что если* $\lambda < \lambda^s$ *и* $0 \le k < 1$, *то точка* $A(0,\cap)$ *является глобально устойчивой неподвижной точкой отображения* F .

2) *Пусть теперь* $|f(x,0)| > kx$. *Тогда при* $k > 1$ *существует число* λ^u, *такое что если* $\lambda < \lambda^u$, *то точка* $A(0,\cap)$ *является седловой неподвижной точкой отображения* F .

3) *Пусть функция* $f(x,0)$ *имеет* m *участков монотонности, на каждом из которых отображение* $\bar{x} = f(x,0)$ *имеет по одной неподвижной точке. Тогда существуют такие числа* λ^G *и* a^G, *что при* $\lambda < \lambda^G$ *и* $a < a^G$ *предельное множество* F *исчерпывается чередующимися устойчивыми и седловыми неподвижными точками.*

В случае различных функций $g(x)$ изучены аттракторы и бифуркационные множества отображения F . Переход от простых структур к сложным происходит при увеличении параметра a . Для больших a справедлива

Теорема 2. 1) *Пусть* $f(x,0)$ *унимодальна,* 0 *и* x_1 *– неподвижные точки отображения* $\bar{x} = f(x,0)$, *а точка* $x_0 \in (0, x_1)$ *есть точка максимума. Тогда существуют числа* λ^H *и* a^H *такие, что при* $\lambda < \lambda^H$ *и* $a > a^H$ *отображение* F *имеет многомерную подкову Смейла.*

2) *Пусть* $f(x,0)$ *есть функция из пункта 1 данной теоремы, продолженная нечетным образом на* $x < 0$. *Тогда при* $\lambda < \lambda^H$ *и* $a > a^H$ *отображение* F *имеет*

две взаимодействующие подковы Смейла, а неустойчивые многообразия седел $(x_1, 0)$ *и* $(-x_1, 0)$ *имеют грубые пересечения по гомоклиническим и гетероклиническим орбитам.*

3) На интервале (a^G, a^H) *отображение* F *имеет бесчисленное множество бифуркаций периодических орбит и гомоклинических траекторий.*

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-01-00964-а)

Список литературы:

[1] Белых В.Н., Украинский Б.С. Хаотические аттракторы и гомоклинические бифуркации многомерной системы Лурье с дискретным временем. Международная конференция по математической теории управления и механике, 1–5 июля 2011, Суздаль, Россия.

Е.В. Панкратова
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

КЛАСТЕРНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ ИНЕРЦИОННО СВЯЗАННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ

В работе исследуются различные синхронные режимы, наблюдающиеся в системе инерционно связанных осцилляторов. Показано, что в рассматриваемом ансамбле элементов возможно установление полной, а также различных типов противофазной и кластерной синхронизации. Изучается влияние начальных условий и параметров системы на изменение характера поведения осцилляторов.

Исследование особенностей динамики многоэлементных колебательных систем, в частности, изучение различных синхронных режимов, является актуальной задачей современной нелинейной динамики. Значительный интерес в таких системах вызывают режимы полной и кластерной синхронизации. В отличие от полной синхронизации, при которой все элементы ансамбля совершают идентичные колебания [1,], при кластерной синхронизации наблюдается идентичное поведение лишь отдельных групп элементов (кластеров) [3,].

В настоящей работе изучение режимов синхронного поведения проводится в рамках системы нелинейно связанных осцилляторов вида:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_i + \Phi(x_i, \dot{x}_i) = \delta \ddot{y}, \qquad i = 1, 2, ..., n \\ &\ddot{y} + h\dot{y} + \Omega^2 y = \sum_{i=1}^{n} \Phi(x_i, \dot{x}_i), \end{aligned} \tag{1}$$

где x_i, $y \in R^1$, $\Phi(x_i, dx_i/dt) = \omega^2 x_i + F(x_i, dx_i/dt)$, $F(x_i, dx_i/dt) = \lambda(x_i^2 - 1)dx_i/dt - \alpha x_i^3$ – нелинейная функция, определяющая динамику i-го элемента, h – параметр диссипации, δ – параметр связи. Исследование возможных притягивающих множеств и их бассейнов притяжения, наблюдающихся в системе (1) при n=2, было проведено в работах [5,6]. Было показано, что при n=2 могут наблюдаться различные синхронные режимы поведения: полная, противофазная и фазовая синхронизация.

В данной работе исследуются особенности синхронного поведения при n>2. Изучено влияние начальных условий на формирование различных типов синхронного поведения. В частности, показано, что при n>2 в системе (1) может наблюдаться ре-