Н.А. Дуничкина, А.С. Куимова
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

МОДЕЛИ СРАВНЕНИЯ ДВУХ МНОЖЕСТВ ОЦЕНОК ДЛЯ БИКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ СИНТЕЗА ОПТИМИЗИРОВАННЫХ ПО ПАРЕТО РЕШЕНИЙ

Рассматривается модель обслуживания потока объектов на стационарном терминале с накопительным элементом и бикритериальная задача синтеза стратегий обслуживания. Для решения задачи предлагаются оптимальный и субоптимальный алгоритмы. Рассматривается два подхода оценки степени приближения субоптимального решения к оптимальному. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Введение. Рассматривается математическая модель одностадийного обслуживания детерминированного потока объектов стационарным процессором с накопительным компонентом. В рамках рассматриваемой модели сформулирована значимая для технологических приложений (в частности на внутреннем водном транспорте) бикритериальная задача синтеза стратегий обслуживания.

В работе рассматривается как оптимальный алгоритм решения, позволяющий найти полную совокупность оптимально компромиссных оценок, так и субоптимальный алгоритм, основанный на введенном в работе [1] понятии d-расписаний. Оба алгоритма реализуют в рамках концепции Парето идеологию динамического программирования в его бикритериальном расширении. Оценка степени приближения совокупности субоптимальных оценок совокупностью оценок оптимально-компромиссного решения выполнялась посредством двух подходов [2, 3]. Приводятся результаты вычислительных экспериментов и сравнительный анализ двух подходов оценки.

Математическая модель обслуживания и алгоритмы решения. Математическая модель и постановка рассматриваемой в работе задачи описана в [4]. Данная работа, опираясь без специальных указаний на содержание статьи [4], сохраняя принятый стиль изложения и обозначения, является естественным её продолжением.

Для решения рассматриваемой бикритериальной задачи был разработан алгоритм синтеза стратегий обслуживания потока объектов, основанный на идеологии динамического программирования. Указанный алгоритм был реализован программно, а численные эксперименты показали, что продолжительность синтеза полной совокупности эффективных по Парето оценок уже при $n > 15$ в среднем превышает 5 минут [4]. С целью сокращения времени решения оптимизационной задачи была предложена следующая модификация модели обслуживания, основанная на введенном в [1] понятии d-расписаний.

Считаем, что при реализации стратегии $S \in \Omega$ объект o_β опережает в обслуживании объект o_α, если $\alpha < \beta$, но объект с индексом β обслуживается раньше, чем объект с индексом α; разность $d = \beta - \alpha$ назовем величиной опережения. Полагаем, что величина опережения для объекта подпотока O^+ не может превышать значения параметра d^+, а для объекта подпотока O^- – значения параметра d^-. Рекуррентные соотношения, решающие рассматриваемую задачу в рамках модели с ограничениями на величины опережения, приведены в [4].

Заметим, что при одних и тех же исходных данных субоптимальные совокупности оценок при разных значениях величин опережения d^+ и d^- могут существенно отличаться как между собой, так и от парето-оптимальных совокупностей оценок. Поэтому возникает необходимость оценки точности приближения парето-множества совокупностью субоптимальных оценок.

Оценка точности решения. Для оценки точности приближения парето-множества использовались два подхода.

При первом подходе точность приближения совокупности M парето-оптимальных оценок совокупностью M^* субоптимальных решений оценивалась по значению нормированного отклонения $\Delta(M, M^*)$ [2]:

$$\Delta(M, M^*) = \frac{\underset{(K_1,K_2)\in M}{\operatorname{avg}} \left(\underset{(K_1^*,K_2^*)\in M^*}{\min} \rho((K_1, K_2);(K_1^*, K_2^*)) \right)}{\underset{(K_1,K_2)\in M}{\operatorname{avg}} \left(\rho((K_1, K_2);(0,0)) \right)}, \tag{1}$$

где avg – операция вычисления среднего значения;

$\rho((K_1, K_2);(K_1^*, K_2^*))$ – расстояние между двумя оценками (K_1, K_2) и (K_1^*, K_2^*),

$\rho((K_1, K_2);(K_1^*, K_2^*)) = \max(|K_1 - K_1^*|, |K_2 - K_2^*|)$;

$\rho((K_1, K_2);(0,0))$ – расстояние между оценкой (K_1, K_2) и $(0,0)$.

При этом если для некоторой оценки из совокупности M расстояние для ближайшей оценки из совокупности M^* превышало некоторую заданную величину ε, то ее вклад при нахождении среднего отклонения не учитывался. Дополнительно подсчитывалось число оценок L, потерянных рассматриваемым субоптимальным алгоритмом. Таким образом, качество субоптимальных решений тем лучше, чем меньшее число оценок L из парето-совокупности было потеряно, и при этом обеспечено наименьшее среднее относительное отклонение $\Delta(M, M^*)$.

При втором подходе точность приближения оценивалась нормированной разницей между площадью региона в плоскости решений $K_1 \times K_2$, которая доминируется парето-оптимальной совокупностью оценок M и площадью, которая доминируется субоптимальной совокупностью M^* [3].

Пусть $M = \{(K_1^1, K_2^1),\ (K_1^2, K_2^2),\ \ldots, (K_1^l, K_2^l)\}$ – l-элементное множество двумерных оценок, упорядоченное по значению $K_1^j,\ j = \overline{1, l}$. Обозначим через $\varsigma(M)$ площадь, покрытую набором прямоугольников, каждый из которых определяется точками (K_1^{j-1}, K_2^{j-1}) и $(K_1^j, K_2^j), j = \overline{1, l}$, то есть: $\varsigma(M) = \sum_{j=1}^{l} (K_1^j - K_1^{j-1}) K_2^j$, при этом $K_1^0 = 0$ и $K_2^0 = 0$. Тогда отклонение совокупности парето-оптимальных оценок от совокупности субоптимальных оценок будет рассчитываться по формуле (2):

$$\Delta\varsigma(M, M^*) = \frac{\varsigma(M \cup M^*) - \varsigma(M^*)}{\varsigma(M)}. \tag{2}$$

Чем меньше значение $\Delta\varsigma(M, M^*)$, тем лучше качество субоптимальных решений.

Результаты вычислительных экспериментов. Целью вычислительных экспериментов являлась оценка качества приближения парето-множества совокупностью субоптимальных решений. Размерность потока изменялась от 6 до 15 с единичным шагом; параметры d^+ и d^- принимали значения от 1 до 3. В соответствующих узлах решетки $(n, d^+ = d^-)$ генерировались по равномерному закону распределения данные для серии из 1000 частных задач. Для каждой серии частных задач определялись значения отклонений по формулам (1) и (2). Диаграммы значений отклонений $\Delta(M, M^*)$ и $\Delta\varsigma(M, M^*)$ субоптимальных решений от оптимальных решений представлены: на рис. 1 и 2 соответственно. Число потерянных точек L в среднем не превышало двух.

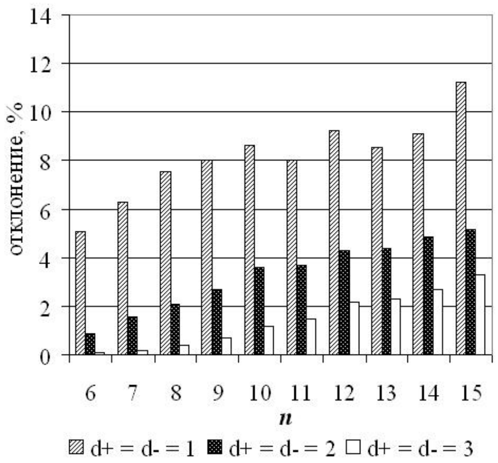

Рис. 1. Отклонение субоптимальных решений от оптимальных решений (первый подход)

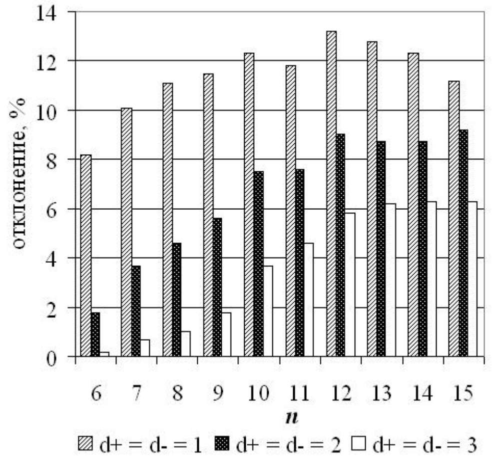

Рис. 2. Отклонение субоптимальных решений от оптимальных решений (второй подход)

Из приведенных диаграмм и анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что оба подхода могут быть использованы для оценки степени приближения субоптимального решения к оптимально-компромиссному решению. Первый подход дает более детальную оценку, так как определяет отклонение для тех точек, которые были приближены с заданной точностью аппроксимации. В качестве вспомогательного критерия оценки в этом случае выступает число точек парето-множества, от которых ближайшая точка из множества субоптимальных оценок отстоит более чем на ε. А второй подход определяет отклонение в общем смысле для всего субоптимального решения целиком.

Список литературы:

[1] Коган Д.И., Федосенко Ю.С. Задача диспетчеризации: анализ вычислительной сложности и полиномиально разрешимые подклассы// Дискретная математика. 1996. Т. 8. Вып. 3. С. 135–147.

[2] Федосенко Ю.С., Дуничкина Н.А. Бикритериальная модель и алгоритмы синтеза управлений обслуживанием группировки стационарных объектов // Информационно-измерительные и управляющие системы.– 2010. – Т. 8, №2.– С. 20–23.

[3] Zitzler E. (1999). Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications. Ph. D. thesis, Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, Switzerland. TIK-Schriftenreihe Nr. 30, Diss ETH No. 13398, Shaker Verlag, Aachen, Germany.
[4] Куимова А.С., Федосенко Ю.С. Модификация концепции d-расписаний для бикритериальной задачи обслуживания бинарного потока объектов в стационарной однопроцессорной системе с накопительным элементом (в настоящем сборнике).

А.С. Куимова, Ю.С. Федосенко
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

МОДИФИКАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ D-РАСПИСАНИЙ ДЛЯ БИКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ОБСЛУЖИВАНИЯ БИНАРНОГО ПОТОКА ОБЪЕКТОВ В СТАЦИОНАРНОЙ ОДНОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЕ С НАКОПИТЕЛЬНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Вводится модель обслуживания детерминированного потока объектов на стационарном терминале с накопительным элементом. Формулируется бикритериальная задача синтеза стратегий обслуживания. Показано, что учет ограничений на структуру стратегий обслуживания выводит задачу из класса NP-трудных и позволяет построить полиномиальный алгоритм синтеза стратегий обслуживания.

Введение. Рассматривается математическая модель обслуживания конечного детерминированного потока объектов стационарным процессором с накопительным компонентом при наличии двух независимых критериев оценки качества управления [1]. На содержательном уровне модель, в частности, описывает технологию северного завоза дизельного топлива потребителям, дислоцированным вблизи малых рек приполярного региона полуострова Ямал, через речной порт г. Салехард. В рамках модели ставится оптимизационная задача и описывается алгоритм синтеза стратегий обслуживания, реализующий в рамках концепции Парето идеологию динамического программирования в его бикритериальном расширении [2].

В силу оценок вычислительной сложности [3], задача синтеза стратегий обслуживания для рассматриваемой модели является *NP*-трудной. Поэтому актуальной является проблема построения модификаций бикритериальной модели, которые, сохраняя адекватность описания прикладной специфике, порождают полиноминально разрешимые подклассы. В статье рассматривается модификация модели обслуживания и алгоритм решения соответствующей оптимизационной задачи, которое основано на введенном в работе [3] понятии d-расписаний, адаптированном для рассматриваемой модели обслуживания бинарного потока объектов на стационарном терминале с накопительным компонентом.

Математическая модель и постановка задачи. Пусть $O_n = \{o_1, o_2, \ldots, o_n\}$ − поток объектов, подлежащих однофазному обслуживанию стационарным процессором с накопительным компонентом. Для каждого объекта o_i определены целочисленные параметры: t_i – момент поступления в очередь на обслуживание ($0 \le t_1 \le \ldots \le t_n$), τ_i– норма длительности обслуживания, a_i– штраф за единицу времени простоя в ожидании обслуживания, η_i– мягкий директивный срок завершения обслуживания ($\eta_i \ge t_i + \tau_i$), v_i – объемная характеристика. Поток O_n обладает свойством бинарности и состоит из двух подпотоков: входящего O^+ и исходящего O^- таких, что $O^+ \cup O^- = O_n$, $O^+ \cap O^- = \varnothing$. Принадлежность объекта o_i ($i = \overline{1,n}$) тому или иному подпотоку опре-