

раметра не приведет к заметной загрузке каналов связи АИС. В то же время, использование рассмотренного метода передачи технологической информации в рамках существующей диспетчерской системы на базе судовых и береговых АИС позволяет отказаться от аренды дополнительных каналов связи.

#### Список литературы:

- [1] Судовая автоматическая идентификационная система, А.Н. Маринич, И.Г. Проценко, В.Ю. Резников, Ю.М. Устинов, Р.Н. Черняев, А.Г. Шигабутдинов. Под общей ред. Ю.М. Устинова. – СПб.: Судостроение, 2004.
- [2] О выборе бинарного сообщения АИС для передачи технологической информации в системах мониторинга, Д.А. Борисов, В.И. Плющев, 12-й Международный научно-промышленный форум «Великие реки'2010». [Текст]: труды конгресса. В 2 т. Т. 2 / Нижегород. гос. архит.-строит. ун-т; отв. ред. Е.В. Копосов – Н.Новгород: ННГАСУ, 2011. – с. 153–155, ISBN 978-5-87941-731-1

*М.Н. Баранова, Е.И. Лядова, Т.В. Гордяскина*  
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В КУРСЕ «РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ»**

В работе рассматривается использование простейших вейвлет-преобразований Хаара детерминированных сигналов в курсе «Радиотехнические цепи и сигналы». Предлагается методика выполнения практической работы по изучению теоретических основ применения вейвлетов Хаара, вычисления прямых и обратных дискретных вейвлетов Хаара детерминированных сигналов.

#### **Цель исследования**

Современные специалисты по техническому обслуживанию транспортного радиооборудования должны иметь практические навыки работы с системами связи и радионавигации, основываясь на базовых теоретических знаниях в области теории радиотехнических сигналов.

В настоящее время наряду с традиционными представлениями математической модели радиосигналов, включающей аналитическое, временное и частотное описания, в радиотехнике используется вейвлет-преобразование. Вейвлет-преобразование широко применяется на практике при сжатии информации, фильтрации сигналов, поэтому его практическое изучение целесообразно включить в базовую дисциплину «Радиотехнические цепи и сигналы» для студентов специальности «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования».

#### **Методы исследования**

Вейвлеты – это обобщенное название семейств математических функций определенной формы, которые локальны во времени и по частоте, и в которых все функции получаются из одной базовой (порождающей) посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени.

По сравнению с разложением сигналов на ряды Фурье вейвлеты способны с гораздо более высокой точностью представлять локальные особенности сигналов, вплоть до разрывов 1-го рода (скачков). В отличие от преобразований Фурье, вейвлет-преобразование одномерных сигналов обеспечивает двумерную развертку, при этом

частота и координата рассматриваются как независимые переменные, что дает возможность анализа сигналов сразу в двух пространствах [1].

Теоретическое изучение вейвлет-преобразований сигналов целесообразно проводить на примере простейшего преобразования Хаара, что позволит студентам получить базовые знания и практически навыки получения дискретного прямого и обратного вейвлет-преобразования.

**В первом задании практической работы** студентам необходимо доказать возможность использования вейвлетов Хаара в качестве ортонормированного базиса для разложения радиосигналов наравне с нормированным базисом ортогональных функций Фурье с кратными частотами, предварительно изучив матричное представление функций Хаара.

В качестве простейшего примера предлагается рассмотреть  $N$ -точечную последовательность отсчетов цифрового сигнала. Для простоты расчета принять

$N = 2^2 = 4$ . Исходную 4-точечную последовательность отсчетов цифрового сигнала  $\bar{x}$  представим в виде вектора – столбца:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ x(4) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Первый этап преобразования – вычисление двух полусумм и двух полуразностей.

$$H_2 \cdot \bar{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \bar{x} \quad (2)$$

Верхние две строки полученной матрицы усредняют два соседних отсчета сигнала, а нижние – детализируют. Нормируем матрицу для ортогональной системы функций, для этого умножаем все компоненты на  $\sqrt{2}$  (матрица  $H_2$ ). Сохраняем полуразности и преобразуем полусуммы. Этой процедуре соответствует матрица  $H_1$ .

$$H_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Таким образом, первая строка матрицы  $H_1$  усредняет отсчеты, вторая – детализирует, третья и четвертая, образуя единичную матрицу, сохраняют предыдущие полуразности.

Произведение матриц  $H_1$  и  $H_2$  дает искомое дискретное вейвлет-преобразование вектора  $\bar{x}$ :

$$H = H_1 \cdot H_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Матрица  $H$  является ортогональной и представляет собой известное преобразование Хаара, которое является вейвлет-преобразованием:

$$H \cdot \bar{x} = \bar{w}, \quad (5)$$

где элементы вектора-столбца  $\bar{w}$  – вейвлет-коэффициенты [2].

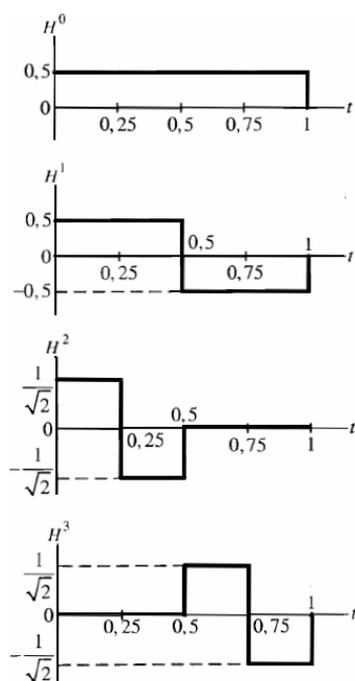


Рис. 1. Ступенчатые функции Хаара

Если каждую строку преобразования Хаара представить в виде ступенчатой функции на единичном интервале, эти функции будут иметь вид, представленный на рис. 1.

Ортогональность этих функций следует из принципа их построения и может быть проверена непосредственно [1].

Студентам предлагается самостоятельно доказать ортогональность функций Хаара  $(H^0, H^2)$ ,  $(H^0, H^3)$ ,  $(H^1, H^2)$ ,  $(H^1, H^3)$ ,  $(H^2, H^3)$ .

В качестве примера докажем ортогональность функций  $(H^0, H^1)$ :

$$\begin{aligned} (H^i, H^j) &= (H^0, H^1) = \int_0^{T/2} 0,5 \cdot 0,5 dt + \\ &+ \int_{T/2}^T 0,5 \cdot (-0,5) dt = \frac{T}{8} - \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = 0 \end{aligned}$$

Обобщим матричный алгоритм усреднения и детализации на произвольную  $N$ -точечную последовательность, когда  $N=2^n$ , при этапном процессе преобразования.

На первом шаге ортогональная матрица имеет вид:

$$H_v = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Матрица (6) – квадратная порядка  $N=2^v$ . Две матрицы, входящие в состав  $H_v$ :

$$A_v = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad D_v = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где подматрицы:  $A_v$  – преобразование усреднения,  $D_v$  – преобразование детализации.

Векторы – столбцы результатов поэтапного вейвлет – преобразования, которые являются векторами коэффициентов усреднения и детализации, имеют вид:

$$\bar{a}_{v-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{v-1} \\ \dots \\ a_{2^{v-1}-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{d}_{v-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_{v-1} \\ \dots \\ d_{2^{v-1}-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

На каждом шаге вейвлет – преобразования сохраняются детализирующие коэффициенты  $d$  и обрабатываются результаты усреднения  $a$ . [2] Таким образом, итоговый результат вейвлет – преобразования можно представить в виде вектора-столбца, содержащего  $N=2^v$  элементов:

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} a_0 \\ d_0 \\ \bar{a}_1 \\ \bar{d}_1 \\ \dots \\ \bar{a}_{v-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

**Во втором задании практической работы** предлагается определить прямое дискретное преобразование сигнала  $\bar{x}$ , заданного четырьмя отсчетами в соответствии с предложенными преподавателем вариантами.

Рассмотрим пример, пусть сигнал  $\bar{x} = \sin(\omega t)$  задан 4 отсчетами на интервале сво-

ей периодичности:  $[0,1,0,-1]$ . Тогда вейвлет – коэффициенты  $\bar{w}$  дискретного разложения Хаара входного сигнала  $\bar{x}$  :

$$H \cdot \bar{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \bar{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

**В третьем задании практической работы** необходимо по известному вейвлет преобразованию  $\bar{w}$  восстановить исходный сигнал  $\bar{x}$ . На практике в этом случае используется обратное вейвлет – преобразование, т.е. по вектору  $\bar{w}$  нужно восстановить  $N$  – точечную последовательность исходного сигнала  $\bar{x}$ . Для этого нужно умножить обе части равенства вейвлет-преобразования на обратную матрицу  $H^{-1}$ :

$$H^{-1} \cdot H \bar{x} = H^{-1} \bar{w}$$

Так как произведение  $H^{-1}H$  образует единичную матрицу, то

$$\bar{x} = H^{-1} \bar{w} \quad (10)$$

Следствием ортогональности матрицы  $H$  является простота ее обращения, а именно, обычное транспонирование. [2] Поэтому выражение (10) для обратного вейвлет – преобразования примет вид:

$$\bar{x} = H^T \bar{w} \quad (11)$$

В рассмотренном примере восстановим исходный сигнал  $\bar{x}$  по вейвлет – коэффициентам:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Таким образом, сигнал  $\bar{x}$  восстановлен.

Предложенная методика исследования простейшего вейвлет – преобразования Хаара радиотехнических сигналов позволит студентам приобрести базовые знания теории сигналов, методов их описания с целью дальнейшего применения для обработки дискретных сигналов.

#### Список литературы:

[1] Баскаков С.И. «Радиотехнические цепи и сигналы», издание третье, переработанное и дополненное, Москва «Высшая школа», 2000г.

[2] Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б. «Основы цифровой обработки сигналов. 2-е издание», Санкт-Петербург «БВХ-Петербург» 2005 г.

*М.Н. Баранова, Е.И. Лядова, Т.В. Гордяскина*  
 ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СИГНАЛОВ В СРЕДЕ MATLAB2007 В КУРСЕ «РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ»

В работе исследуется простейшее вейвлет–преобразование Хаара для представления детерминированных и фильтрации зашумленных сигналов в программном пакете Matlab2007.

### Цель исследования

В настоящее время в радиотехнике широкое применение находит вейвлет - преобразование сигналов, позволяющее проводить сжатие и фильтрацию информации. В основе дискретных вейвлет-преобразований лежит аппроксимация (усреднение) и детализация дискретных отсчётов сигнала. Основным инструментом вычисления вейвлет-преобразований является программный пакет Matlab, в базовый состав которого включен программный пакет Wavelet Toolbox. В курс «Радиотехнические цепи и сигналы» предлагается ввести лабораторную работу по изучению вейвлет-преобразований радиотехнических сигналов.

Детерминированный радиотехнический сигнал, сформированный 4-мя отсчётами, теоретически достаточно просто рассчитать, но на практике используются в основном сжатые во времени вейвлеты, для которых берутся 8, 16...256 и т.д. отсчётов сигнала, что приводит к увеличению размера описывающих их матриц. Для более глубокого понимания основ представления радиотехнических сигналов студентам предлагается выполнить лабораторную работу в пакете Matlab2007 с использованием простейших дискретных вейвлет-преобразований Хаара.

**Методика моделирования** радиотехнических сигналов в Matlab включает следующие этапы:

- 1) Создание М-файла – сценария для представления исследуемого сигнала;
- 2) Инициализация приложения Wavelet Toolbox командой wavemenu;
- 3) Выбор одномерного вейвлет представления Wavelet-1D;
- 4) Импорт исследуемого сигнала в Wavelet Toolbox;
- 5) Моделирование сигнала простейшим вейвлетом Хаара.

**В первом задании лабораторной работы** предлагается исследование гармонического сигнала  $S(t)=N\sin(2N\omega t)$ .

В качестве примера рассмотрим моделирование сигнала  $S(t)=5*\sin(10*\omega*t)$  с четырьмя дискретными отсчетами (аналог сигнала в практической работе).

*M* – файл описания сигнала:

`t=0:0.025:0.1; % Сигнал формируется 4 отсчётами (шаг 0.1 разделён на 4).`

`x=5*sin(10*2*pi*t); % Исследуемый гармонический сигнал.`

`figure(1);`

`plot(t,x);`

`ylabel('Magnitude'), grid on;` } Построение осциллограммы сигнала.

`xlabel('Time[C]');`