

При изучении дисциплины «Высшая математика» реализация требований ФГОС ВПО, основанных на компетентностном подходе, осуществляется с помощью РГР – расчетно-графических работ по основным разделам курса. Самостоятельная работа студентов при выполнении заданий РГР отвечает всем рассмотренным ранее критериям, признакам и целям высокой эффективности познавательной деятельности студентов, что позволяет считать, что самостоятельность как признак компетентности является одним из важных показателей повышения качества подготовки специалистов.

И.А. Мордвикина
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ПОДКОВЫ СМЕЙЛА ТРЕХМЕРНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Рассматривается трехмерное отображение F с одной нелинейностью в нормальной форме общего вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + \sum_{i=1}^2 y_i - ag(x) \\ \dot{y}_i = \lambda_i (y_i - b_i g(x)) \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (1)$$

где $x, \lambda_i, y_i, a, b_i \in R^1, g(x)$ – кусочно-гладкая скалярная функция, такая что $g(x)=0$ при $|x| = x_0$; $g(0) = m, g(x) = g(-x), g'(x) < 0$ при $x > 0, g''(x) < 0$.

Отображение рассматривается в ограниченной области

$$R^2 = (|x| \leq d, |y_1| + |y_2| = N \leq r).$$

Исследование отображения F основано на динамических свойствах одномерного и двумерного отображений.

Находится область параметров λ_i, a, b_i для которых отображение (1) действует как подкова Смейла.

Доказана, справедливость следующих утверждений:

1) Если $-\lambda_1 b_1 (1 - \lambda_2) - (1 - \lambda_1)(\lambda_2 b_2 + a(1 - \lambda_2)) \neq 0$, то точки $O_1(x_0, 0, 0)$ и $O_2(-x_0, 0, 0)$ являются неподвижными точками отображения (1)

2) При достаточно больших значениях $|a|$ и достаточно малых λ_i , когда, $a < 0$ точка O_1 является устойчивой, а точка O_2 неустойчивой.

3) Для того, чтобы отображение (1) обладало свойством диссипативности достаточно выполнения условия $r \leq \frac{m\lambda B}{1 - \lambda}$,

где $\lambda > \lambda_i, i=1, 2; B = \sum_{i=1}^2 b_i; m = \max_{x \in [-d; d]} |g(x)|$

4) Для того, чтобы образ параллелепипеда $R^2 = (|x| \leq d, |y_1| + |y_2| = N \leq r)$ имел форму подковы, у которой вершина лежит вне R^2 правее его верхнего основания, а концы лежат вне R^2 , но левее его нижнего основания достаточно выполнений условий:

$$r > d - C_1 + ag(C_1), \quad g(d) - g(-d) < \frac{2d}{a},$$

где $x = C_1$ – корень уравнения $1 - g'(x) = 0$.

Список литературы:

- [1] Belykh V., Komrakov N., Ukrainsky B. Hyperbolic attractors in a family of multidimensional maps with cusp-points. Proc. of int. conf. "Progress in nonlinear science" dedicated to the 100-th anniversary of A. Andronov. Nizhny Novgorod. 2001. Pp. 23–24 .
 [2] Белых В.Н. Хаотические и странные аттракторы двумерных отображений. Математический сборник. 1995. 186. № 3. С. 3–18.

Е.В. Панкратова
 ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ХАОТИЧЕСКИЕ АТТРАКТОРЫ В СИСТЕМЕ ИНЕРЦИОННО СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ-ДУФФИНГА

Изучение механизмов возникновения сложных колебаний в различных нелинейных системах является одной из важнейших задач нелинейной динамики. Особое внимание в этой области уделяется исследованию свойств, условий и сценариев возникновения странных аттракторов – притягивающих множеств, к которым с течением времени фазовые траектории стягиваются, но, в отличие от стационарной точки и предельного цикла, на самом аттракторе движение является неустойчивым: любые две траектории системы расходятся экспоненциально, оставаясь на странном аттракторе. Несмотря на то, что системы, содержащие странный аттрактор, демонстрируют поведение, похожее на случайное, их динамика детерминирована и воспроизводима при условии точного повторения начальных условий. Чувствительность к начальным условиям является важнейшим фундаментальным свойством хаотических систем, активное исследование которых в последние десятилетия позволило выявить различные механизмы возникновения хаоса: через бифуркации гомоклинических орбит [1], каскад бифуркаций удвоения периода колебаний (последовательность Фейгенбаума) [2], разрушение двумерных торов и торов более высокой размерности [3] и др.

В докладе рассмотрена система двух осцилляторов Ван дер Поля-Дуффинга, инерционно связанных через общую линейную систему [4]. В механике, этот тип опосредованной связи тесно связан с проблемой Гюйгенса о поведении двух маятниковых часов, закрепленных на общей балке. Следует отметить, что помимо первоначально наблюдаемого режима противофазных колебаний маятников, в недавно проводимых аналогичных экспериментах были обнаружены режимы, демонстрирующие богатый спектр возможных типов колебаний подсистем. В данном докладе рассмотрена математическая модель, описывающая поведение такой системы, исследуются бифуркационные механизмы, приводящих к появлению различных периодических, квазипериодических и хаотических аттракторов в фазовом пространстве. Для изуче-