

4) Для того, чтобы образ параллелепипеда $R^2 = (|x| \leq d, |y_1| + |y_2| = N \leq r)$ имел форму подковы, у которой вершина лежит вне R^2 правее его верхнего основания, а концы лежат вне R^2 , но левее его нижнего основания достаточно выполнений условий:

$$r > d - C_1 + ag(C_1), \quad g(d) - g(-d) < \frac{2d}{a},$$

где $x = C_1$ – корень уравнения $1 - g'(x) = 0$.

Список литературы:

- [1] Belykh V., Komrakov N., Ukrainsky B. Hyperbolic attractors in a family of multidimensional maps with cusp-points. Proc. of int. conf. "Progress in nonlinear science" dedicated to the 100-th anniversary of A. Andronov. Nizhny Novgorod. 2001. Pp. 23–24 .
 [2] Белых В.Н. Хаотические и странные аттракторы двумерных отображений. Математический сборник. 1995. 186. № 3. С. 3–18.

Е.В. Панкратова
 ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ХАОТИЧЕСКИЕ АТТРАКТОРЫ В СИСТЕМЕ ИНЕРЦИОННО СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ-ДУФФИНГА

Изучение механизмов возникновения сложных колебаний в различных нелинейных системах является одной из важнейших задач нелинейной динамики. Особое внимание в этой области уделяется исследованию свойств, условий и сценариев возникновения странных аттракторов – притягивающих множеств, к которым с течением времени фазовые траектории стягиваются, но, в отличие от стационарной точки и предельного цикла, на самом аттракторе движение является неустойчивым: любые две траектории системы расходятся экспоненциально, оставаясь на странном аттракторе. Несмотря на то, что системы, содержащие странный аттрактор, демонстрируют поведение, похожее на случайное, их динамика детерминирована и воспроизводима при условии точного повторения начальных условий. Чувствительность к начальным условиям является важнейшим фундаментальным свойством хаотических систем, активное исследование которых в последние десятилетия позволило выявить различные механизмы возникновения хаоса: через бифуркации гомоклинических орбит [1], каскад бифуркаций удвоения периода колебаний (последовательность Фейгенбаума) [2], разрушение двумерных торов и торов более высокой размерности [3] и др.

В докладе рассмотрена система двух осцилляторов Ван дер Поля-Дуффинга, инерционно связанных через общую линейную систему [4]. В механике, этот тип опосредованной связи тесно связан с проблемой Гюйгенса о поведении двух маятниковых часов, закрепленных на общей балке. Следует отметить, что помимо первоначально наблюдаемого режима противофазных колебаний маятников, в недавно проводимых аналогичных экспериментах были обнаружены режимы, демонстрирующие богатый спектр возможных типов колебаний подсистем. В данном докладе рассмотрена математическая модель, описывающая поведение такой системы, исследуются бифуркационные механизмы, приводящих к появлению различных периодических, квазипериодических и хаотических аттракторов в фазовом пространстве. Для изуче-

ния свойств аттракторов и механизмов их рождения проводился численный анализ спектра ляпуновских показателей и анализ проекций фазовых портретов в сечениях Пуанкаре. На основе полученных спектров ляпуновских показателей проведена оценка размерности хаотических аттракторов, наблюдающихся при различных значениях параметров системы. Получены условия возникновения хаотических аттракторов высокой размерности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-01-00694_a).

Список литературы:

- [1] Shilnikov L.P., Shilnikov A.L., Turaev D. Methods of qualitative theory in nonlinear dynamics. World Scientific (1998).
- [2] Вул Е.Б., Синай Я.Г., Ханин К.М. Универсальность Фейгенбаума и термодинамический формализм. УМН, 39:3 (237) (1984).
- [3] Рюэль Д., Такенс Ф. Странные аттракторы / Под ред. Я.Г. Синая, Л.П. Шильникова. М.: Мир (1981).
- [4] Belykh V.N., Pankratova E.V. Chaotic dynamics of two Van der Pol-Duffing oscillators with Huygens coupling. Regular and Chaotic Dynamics, 15(2), p. 274, 2010.

Б.С. Украинский
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

СИНГУЛЯРНО ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ АТТРАКТОР С ОДНОЙ КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В докладе рассматривается многомерное отображение с одной нелинейностью (отображение Эно) $F : R^{n+1} \rightarrow R^{n+1}$ с нормальной формой общего вида

$$\begin{cases} \bar{x} = x + \sum_{i=1}^n y_i + ag(x) \\ \bar{y} = \lambda_i(y_i + b_i g(x)) \quad i = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (1)$$

где $x, \lambda_i, y_i, a, b_i \in R^1$, $g(x)$ – кусочно-гладкая унимодальная скалярная функция с особенностью в точке экстремума.

Доказано существование области параметров d_{sum} в которой F имеет сингулярно гиперболический аттрактор. Доказательство основано на построении с помощью принципа сравнения [1] инвариантного относительно F компакта в фазовом пространстве и построении независимых от точек фазового пространства неустойчивого с одномерным осевым пространством и устойчивого с n -мерным осевым пространством конусов. Изучаются сложные бифуркационные переходы от простых фазовых структур с неподвижными точками к многомерным «сингулярным» подковам Смейла (см. схематический рисунок). Рассмотрено предельное множество отображения F , которое может быть изучено в терминах символической динамики (в работе [2] такое рассмотрение проведено для гладкой функции $g(x)$).