Т.М. Заборонкова, Н.Ф. Яшина
ННГТУ

ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ЦИЛЛИНДРИЧЕСКИХ И ПЛОСКИХ ВОЛНОВЕДУЩИХ СТРУКТУР ИЗ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В работе исследуются дисперсионные свойства цилиндрических и плоских структур из композитного материала при наличии диэлектрического покрытия с диэлектрической проницаемостью ε. Рассматриваемая композитная среда, описывается магнитной и диэлектрической проницаемостями вида [1]

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \; \mu_1 = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_m^2},$$

где F, ω_p, ω_m параметры, определяющиеся внутренней структурой композитной среды, ω – частота распространяющейся электромагнитной волны.

I. Цилиндрические волноведущие структуры

1. Композитный цилиндр при наличии диэлектрической оболочки. Цилиндр из композитного материала радиуса a, окруженный оболочкой из однородного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε и толщиной $d = b - a$ (где b – внешний радиус оболочки), расположенный в вакууме, при определенных условиях может направлять поверхностные волны ТЕ и ТМ поляризации. Компоненты поля азимутальносимметричной волны ТМ поляризации имеют вид

$$\rho \le a$$

$$\vec{E} = B[i\vec{\rho}_0 \frac{h}{\chi} J_1(\chi\rho) + \vec{z}_0 J_0(\chi\rho)] \exp i(\omega t - hz)$$

$$\vec{H} = Bi\vec{\varphi}_0 \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_1}{\chi} J_1(\chi\rho) \exp i(\omega t - hz)$$

$$a \le \rho \le b \tag{1}$$

$$\vec{E} = \{i\vec{\rho}_0 \frac{h}{s}\left[B_1 I_1(s\rho) - B_2 K_1(s\rho)\right] + \vec{z}_0\left[B_1 I_0(s\rho) + B_2 K_0(s\rho)\right]\} \exp i(\omega t - hz)$$

$$\vec{H} = i\vec{\varphi}_0 \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon}{s}\left[B_1 I_1(s\rho) - B_2 K_1(s\rho)\right] \exp i(\omega t - hz)$$

$$\rho \ge b$$

$$\vec{E} = B_3\{-i\vec{\rho}_0 \frac{h}{s} K_1(s\rho) + \vec{z}_0 K_0(s\rho)\} \exp i(\omega t - hz)$$

$$\vec{H} = -i\vec{\varphi}_0 \frac{\omega\varepsilon_0}{s} B_3 K_1(s\rho) \exp i(\omega t - hz) \quad ,$$

где χ, s, s_0 - поперечные волновые числа в композитной среде, диэлектрической оболочке и в воздухе соответственно

$$\chi = \sqrt{\varepsilon_1\mu_1 k_0^2 - h^2}\ ,\ s = \sqrt{h^2 - \varepsilon k_0^2}\ ,\ s_0 = \sqrt{h^2 - k_0^2}\ .$$

Удовлетворяя условию непрерывности продольных компонент электромагнитного поля на границах $\rho = a$ и $\rho = b$, получаем следующее дисперсионное уравнение

$$\begin{gathered}[sK_0(sb)K_1(s_0b) - \varepsilon s_0 K_1(sb)K_0(s_0b)]\cdot[s\varepsilon_1 J_1(\chi a)\mathrm{I}_0(sa) - \varepsilon\chi J_0(\chi a)\mathrm{I}_1(sa)] - \\ -[sI_0(sb)K_1(s_0b) + \varepsilon s_0 I_1(sb)K_0(s_0b)]\cdot[s\varepsilon_1 J_1(\chi a)\mathrm{K}_0(sa) + \varepsilon\chi J_0(\chi a)\mathrm{K}_1(sa)] = 0.\end{gathered} \tag{2}$$

Компоненты поля и дисперсионное уравнение для волны TE поляризации получаются из выражений (1) и (2) с помощью стандартной замены: $\vec{H} \to \vec{E}$, $\vec{E} \to -\vec{H}$, $\varepsilon_1 \to \mu_1$ и $\varepsilon \to \mu$ (при расчетах мы везде полагали $\mu = 1$).

Соответствующие дисперсионные уравнения исследовались численно. Расчет зависимости продольной постоянной распространения h от нормированной частоты $\tilde{\omega} = \dfrac{\omega}{\omega_p}$ проводился при следующих значениях параметров: $F = 0.56$; $f = \dfrac{\omega_m}{\omega_p} = 0.4$, 0.6; $k_p a = 0.25$, 0.5; $k_p d = 0.05$, 0.1 (где $k_p = \dfrac{\omega_p}{c}$); $\varepsilon = 2$; $\mu = 1$. Как показали численные расчеты, указанная структура в азимутально-симметричном случае поддерживает только прямые поверхностные волны TM и TE типов. Величина продольной постоянной распространения волн слабо зависит от толщины оболочки, и уменьшается с увеличением радиуса цилиндра.

2. Композитный цилиндр в однородном диэлектрике.

Устремляя $b \to \infty$ в выражениях (1) и (2), переходим к случаю композитного цилиндра, расположенного в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε. Такая структура также направляет только прямые азимутально-симметричные поверхностные волны TM и TE типов. Продольная постоянная распространения h волн TM типа определяется из дисперсионного уравнения:

$$\varepsilon\ \chi J_0(\chi d)K_1(sd) + \varepsilon_1 s J_1(\chi d)K_0(sd) = 0\ .$$

II. Плоские волноведущие структуры

Плоские слои из композитных материалов в отличие от цилиндрических структур могут направлять поверхностные волны TM и TE типов как прямые, так и обратные.

1. Плоский слой из композитного материала с диэлектрическим покрытием.

Рассмотрим плоский слой из композитного материала толщиной $2d_1$ с диэлектрическим покрытием толщины $(d = d_2 - d_1)$ из однородного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε. Компоненты поля поверхностной волны TM поляризации записываются в следующем виде

$$0 < x < d_1$$

$$\vec{H} = \pm\vec{y}_0 2B\begin{Bmatrix}\mathrm{ch}(\beta x)\\ \mathrm{sh}(\beta x)\end{Bmatrix}\exp i(\omega t - hz)$$

$$\vec{E} = [\vec{x}_0\frac{2Bh}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_1}\begin{Bmatrix}\mathrm{ch}(\beta x)\\ \text{-}\,\mathrm{sh}(\beta x)\end{Bmatrix} + \vec{z}_0 i\frac{2A\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_1}\begin{Bmatrix}\text{-}\,\mathrm{sh}(\beta x)\\ \mathrm{ch}(\beta x)\end{Bmatrix}]\exp i(\omega t - hz)$$

$$d_1 < x < d_2$$

$$\vec{H}=\vec{y}_0\,\frac{2B\varepsilon}{s}[\frac{s}{\varepsilon}\cdot\begin{Bmatrix}\mathrm{ch}(\beta d_1)\\ -\mathrm{sh}(\beta d_1)\end{Bmatrix}\mathrm{ch}s(d_1-x)-\frac{\beta}{\varepsilon_1}\begin{Bmatrix}\mathrm{sh}(\beta d_1)\\ -\mathrm{ch}(\beta d_1)\end{Bmatrix}\mathrm{sh}s(d_1-x)]\,\exp i(\omega t-hz)$$

$$\vec{E}=\vec{x}_0\,\frac{2Bh}{\omega\varepsilon_0 s}[\frac{s}{\varepsilon}\cdot\begin{Bmatrix}\mathrm{ch}(\beta d_1)\\ -\mathrm{sh}(\beta d_1)\end{Bmatrix}\mathrm{ch}s(d_1-x)-\frac{\beta}{\varepsilon_1}\begin{Bmatrix}\mathrm{sh}(\beta d_1)\\ -\mathrm{ch}(\beta d_1)\end{Bmatrix}\mathrm{sh}s(d_1-x)]$$

$$+\vec{z}_0 i\,\frac{2A}{\omega\varepsilon_0}[\frac{s}{\varepsilon}\cdot\begin{Bmatrix}\mathrm{ch}(\beta d_1)\\ -\mathrm{sh}(\beta d_1)\end{Bmatrix}\mathrm{sh}s(d_1-x)-\frac{\beta}{\varepsilon_1}\begin{Bmatrix}\mathrm{sh}(\beta d_1)\\ -\mathrm{ch}(\beta d_1)\end{Bmatrix}\mathrm{ch}s(d_1-x)]\exp i(\omega t-hz)$$

$$x>d_2$$

$$\vec{H}=\pm\vec{y}_0\,\frac{2B^{1,2}\varepsilon\;e^{-sd}}{\left(s+\varepsilon\;s_0\right)}\,\mathrm{e}^{s_0(d_2-x)}\,\exp i(\omega t-hz)$$

$$\vec{E}=\pm\frac{2B^{1,2}\varepsilon\;\mathrm{e}^{-sd}}{\omega\varepsilon_0\left(s+\varepsilon\;s_0\right)}[\vec{x}_0 h+\vec{z}_0 i s_0]\mathrm{e}^{s_0(d_2-x)}\exp i(\omega t-hz).$$

Коэффициенты $B^{1,2}$ определяются выражениями

$$B^{1,2}=B[\frac{s}{\varepsilon}\cdot\begin{Bmatrix}\mathrm{ch}(\beta d_1)\\ \mathrm{sh}(\beta d_1)\end{Bmatrix}-\frac{\beta}{\varepsilon_1}\begin{Bmatrix}\mathrm{sh}(\beta d_1)\\ \mathrm{ch}(\beta d_1)\end{Bmatrix}],$$

где верхние функции в фигурных скобках соответствуют симметричной моде, а нижние – несимметричной; β, s и s_0 – поперечные волновые числа равные:

$$\beta=\sqrt{h^2-\mu_1\varepsilon_1 k_0^2}\;,\; s=\sqrt{h^2-\varepsilon k_0^2}\;,\; s_0=\sqrt{h^2-k_0^2}\;.$$

Дисперсионное уравнение для продольной постоянной распространения h волны ТМ типа имеет вид

$$\frac{\sqrt{h^2-\varepsilon k_0^2}}{\varepsilon}=-\frac{\beta}{\varepsilon_1}\cdot\frac{s_0\mathrm{th}(sd)+s/\varepsilon}{s_0+s/\varepsilon\;\mathrm{th}(sd)}\cdot\begin{Bmatrix}\mathrm{th}(\beta d_1)\\ \mathrm{cth}(\beta d_1)\end{Bmatrix}.$$

Компоненты поля волны ТЕ поляризации получаются с помощью указанной выше стандартной замены. Исследования дисперсионных свойств показало, что плоские структуры указанной выше геометрии направляют прямые несимметричные и обратные симметричные волны, как ТМ, так и ТЕ поляризации. Дисперсионные характеристики волн слабо зависят от толщины диэлектрического слоя, а с ростом толщины композитного слоя наблюдается уменьшение значения продольной постоянной распространения.

2. Плоский слой из композитного материала в однородной диэлектрической среде может также поддерживать как прямые, так и обратные поверхностные волны ТМ и ТЕ типов. Волны, соответствующие несимметричным ТМ и ТЕ модам являются прямыми, а симметричным ТМ и ТЕ модам – обратными.

3. Рассмотрим поверхностные волны, направляемые плоской границей раздела двух сред между однородным диэлектриком с проницаемостью ε и композитной средой с ε_1,μ_1. Такая граница может поддерживать прямые и обратные поверхностные волны ТМ и ТЕ типов в зависимости от значений параметров композитной среды. При значении параметров $F=0.56$ и $f=0.4$ волны ТЕ типа являются обратными, а ТМ – прямыми. При значении параметров $F=0.56$ и $f=0.6$ имеет место обратная

ситуация: волны TE типа прямые, а TM – обратные.

Таким образом, основное отличие в дисперсионных свойствах цилиндрических и плоских структур заключается в том, что в области исследуемых значений параметров цилиндрические структуры в азимутально симметричном случае могут поддерживать только прямые поверхностные волны, а вдоль плоских композитных слоев могут распространяться как прямые, так и обратные волны TM и TE типа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-02-97035).

Список литературы:

[1] Ilin N.V., Smirnov A.I., Kondratiev I.G. 2009, Features of surface modes in metamaterial layers, Metamaterials V. 3. c. 82–89.

Е.Н. Мясников
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ДРЕЙФОВАЯ ВОЛНА В ДВУХЖИДКОСТНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Введение

Вращение частиц среды в гидродинамике может приводить к развитию гиротропной турбулентности, которая обладает рядом свойств, принципиально отличающих её от возмущений другого типа. Как показывает анализ существующих в настоящее время физических моделей, необходимыми условиями для развития гиротропной турбулентности являются два фактора – дифференциальное вращения среды и антисимметрия возмущений относительно направления вращения, которые создают условия для взаимодействия тороидальных и полоидальных вихревых полей. В задачах, связанных с динамикой магнитоактивной плазмы, особую роль играет вращение частиц в магнитном поле, в частности при исследовании поведения ϑ-пинча – сильно вытянутого сгустка плазмы, ось которого наклонена под углом θ к регулярному магнитному полю $\vec{B}_0$, было обнаружено, что его вращение может существенно замедлять разлет плазмы вдоль магнитного поля, а также приводить к неустойчивости .

Магнитоактивная плазма является гиротропной средой, в которой направление момента плотности импульса определяется гировращением наиболее тяжелой – ионной компоненты. В работах [1, 2] было показано, что в условиях верхней ионосферы вращение неоднородностей плотности плазмы сопровождается генерацией индукционного электрического поля, которое может приводить к установлению более медленного режима двуполярной диффузии, зависящего только от двух амбиполярных коэффициентов – ионного продольного к полю $\vec{B}_0$ и электронного поперечного.

В настоящей работе получено волновое решение системы уравнений двухжидкостной МГД, которое удовлетворяет однородному уравнению Шредингера и описывает вращение возмущений концентрации в однородной магнитоактивной плазме низкого давления. Показано, что данное решение может быть реализовано только для отрицательных возмущений электронной концентрации и может приводить к развитию вращательно неинвариантной (гиротропной) турбулентности.