Доказательство. Так как $a_{lk} = \min_j a_{lj}$, то $a_{lq} = a_{lk} + \varepsilon^2$. Так как $a_{lk} = \min_i a_{ik}$, то $a_{pk} = a_{lk} - \delta^2$. ($\varepsilon_j^2 \geq 0$ и $\delta_i^2 \geq 0$). Из определения седловой точки следует выполнение системы неравенств: $\begin{cases} a_{pq} \geq a_{lq} \\ a_{pq} \leq a_{pk} \end{cases}$, т.е. $\begin{cases} a_{pq} \geq a_{lk} + \varepsilon^2 \\ a_{pq} \leq a_{lk} - \delta^2 \end{cases}$. Имеем $a_{lk} + \varepsilon^2 \leq a_{pq} \leq a_{lk} - \delta^2$. Отсюда $\varepsilon^2 + \delta^2 = 0$, т.е. $\varepsilon = \delta = 0$. Итак, $a_{lk} = a_{pq} = \upsilon$.

Следствие. При выполнении условий теоремы матрица игры имеет как минимум четыре седловые точки: a_{lk}, a_{lq}, a_{pk}, a_{pq}.

Список литературы:

[1] Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика в экономике: математические методы и модели / Под ред. М.С.Красса. – М.: Издательство Юрайт, 2013. – 541 с.

Л.В. Лебедева
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ВЛИЯНИЕ СИЛЬНОЙ ИНЕРЦИОННОСТИ ФИЛЬТРА НА ДИНАМИКУ ИСФС (ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ)

Динамические свойства типовой ИСФС (импульсной системы фазовой синхронизации) могут быть установлены с помощью теории отображений. Предположим, что ИСФС состоит из эталонного генератора, ИФД (импульсно-фазового детектора), ФНЧ (фильтра нижних частот), управляющего элемента и подстраиваемого генератора [1]. Будем считать, что ИФД есть соединение обычного фазового детектора с синусоидальной характеристикой и импульсного элемента типа «выборка-запоминание», а в качестве ФНЧ используется ИФ (интегрирующий фильтр), обладающий сильной инерционностью.

Математическая модель такой системы может быть [2] записана в виде, так называемого, стандартного отображения тора или отображения Чирикова [3]. Изученные свойства [3–11] этого отображения говорят о том, что нет параметров, при которых в фазовом пространстве существовало бы устойчивое колебательное периодическое движение. Более того, справедлива теорема, говорящая о наличии при любых значениях параметра отображения счетного множества эллиптических и гиперболических вращательных циклов [5,7]. Для ИСФС это обозначает отсутствие области захвата в классическом определении этого понятия.

Однако есть такой интервал значений параметра, при которых фазовое пространство разделяется на не перемешивающиеся слои [3,10, 11,4,5]. Внутри этих слоев движение имеет ограниченный диапазон изменений фазовой и частотной переменной. При отсутствии помех ИСФС с ИФ может работать в режиме подстройки под эталонный сигнал или под любую комбинационную частоту. Частота, под которую происходит подстройка, зависит, прежде всего, от начального значения частотной расстройки. Существует некий интервал значений параметра, при которых области притяжения требуемого резонанса реальны. Это объясняет целесообразность использования ИСФС с ИФ в качестве умножителя или делителя частоты.

Список литературы:

[1] Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты с элементами дискретизации. М.: Связь, 1979
[2] Белых В.Н. Модели дискретных СФС и их исследование/ В кн. Системы фазовой синхронизации / Под ред В.В.Шахгильдяна, Л.Н.Белюстиной. – М.: Радио и связь, 1982, с. 161–162.
[3] Чириков Б.В. Нелинейные резонансы. – Учебное пособие. Новосибирск.: НГУ, 1977, 305 с.
[4] Лихтенберг А. и Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. – М.: Мир. –528 с.
[5] Лебедева Л.В. О фазовых картинах стандартного отображения тора // Прикладная нелинейная динамика, Т.4. №4,5, Саратов, 1996, с. 21–29.
[6] Lebedeva L.V. Bifurcation Sequence of One Cylinder Map // International Conference on CONTEMPORARY PROBLEMS in THEORY of DYNAMICAL SYSTES (CPTDS"96) Abstracts, Nizhny Novgorod, Russia,1996
[7] Лебедева Л.В. Неподвижные точки стандартного отображения тора //Тезисы докладов научно-техн. конф. ВГАВТ, Н.Новгород , 2000
[8] Lebedeva L.V. Bifurcation Sequence of Cylinder Map // International Congress on Mathematical Modeling Sept. 20-26, 2004 Nizhny Novgorod // Russia Book of Abstracts, University of Nizhny Novgorod, 2004
[9] Лебедева Л.В. Сложная динамика импульсной системы фазовой синхронизации // Материалы VII международной школы «Хаотические автоколебания и образование структур», 1–6 октября 2004 г. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2004.
[10] Лебедева Л.В. Изолированные области в фазовом пространстве стандартного отображения тора // Материалы VII международной школы «Хаотические автоколебания и образование структур», 10–16 октября 2007 г. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2007.
[11] Лебедева Л.В. Стандартное отображение тора: область притяжения главного резонанса // Тезисы докладов научно-техн. конф. ВГАВТ, Н.Новгород , 2010 г.

И.А. Мордвинкина, В.Н. Белых
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ПЛОСКОСТИ

В докладе рассматривается динамическая система, имеющая в правой части гладкие функции. Доказывается, что если кривая есть замкнутая кривая, охватывающая точку O(0;0), то система имеет предельный цикл.

Проводится качественное исследование динамической системы вида

$$\begin{cases} \dot{x} = H_y - \lambda_1 f(x,y) H_x, \\ \dot{y} = -H_x - \lambda_2 f(x,y) H_y, \end{cases} \qquad (1)$$

где правые части системы предполагаются гладкими функциями, λ_1, λ_2 – неотрицательные параметры. Обозначим

$$F_{11} = H_y - \lambda_1 f(x,y) H_x, \quad F_{12} = -H_x - \lambda_2 f(x,y) H_y$$

и

$$F_1(x,y) = \begin{pmatrix} F_{11} \\ F_{12} \end{pmatrix}$$

При $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ система (1) – это гамильтова система вида