

М.Н. Баранова, Е.И. Лядова, Т.В. Гордяскина
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА МАСШТАБИРОВАНИЯ ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЙ В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ SPTOOL MATLAB R2007B

Радиотехнические сигналы исследуются с помощью частотно-временного описания (осциллограмм и спектров). При исследовании и обработке сигнала много полезной информации можно получить из анализа его частотных характеристик. В классической радиотехнике широкое практическое применение нашло спектральное описание свойств сигнала с помощью преобразования Фурье. Масштабируя параметры гармонических сигналов (период и частоту базисных функций с кратными частотами), можно исследовать частотные характеристики сигнала во всем диапазоне частот. Амплитуда гармоник спектра на кратных частотах соответствует значению сигнала на этих частотах. [1]

Если речь идет, например, о синусоидах, то эффект от масштабного коэффициента очень легко увидеть (рис. 1).

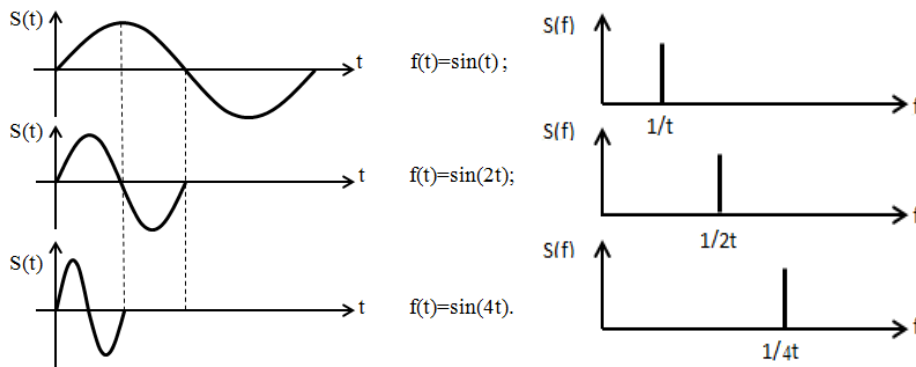


Рис. 1. Пример изменения масштаба гармонических функций

Чем больше частота, тем более сжатая осциллограмма синусоиды, и тем выше частота гармоники спектра.

В качестве ортонормированных базисных функций можно использовать вейвлет-преобразования сигналов. Поскольку вейвлеты обладают хорошей частотно-временной адаптацией, они также могут служить удобным инструментом для исследования частотных характеристик сигнала.

Вейвлеты представляют собой в частотной области узкополосные фильтры и выделяют из сигнала составляющие, частота которых соответствует их пику. Эта частота называется центральной частотой вейвлета.

Проводя масштабирование вейвлета (его растяжение или сжатие на временной оси) одновременно проводится его изменение (сжатие или растяжение в частотной области). Чем меньше масштаб, тем более «сжатым» будет вейвлет.

Масштабирование вейвлет-функций в заданном ортонормированном базисе (Хаара, Добеши, «Сомбреро», Морле и т.д.) позволяет аналогично Фурье-преобразованию исследовать частотные свойства сигналов во всем диапазоне частот.

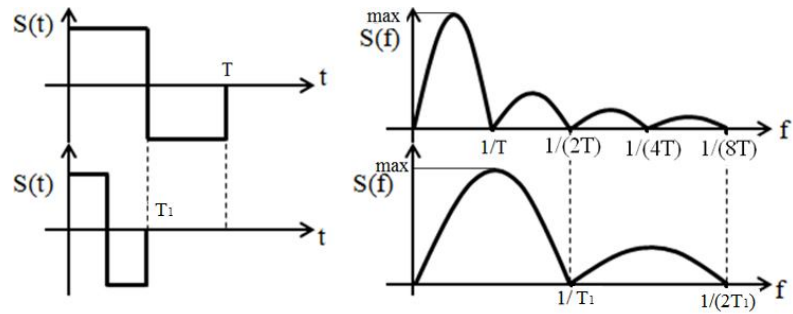


Рис. 2. Пример изменения масштаба вейвлет-функций Хаара

Исследуем процесс масштабирования и свойства вейвлет-функций в программной среде Matlab на примере МНАТ-вейвлет («мексиканская шляпа» – сомбреро). Синтаксис МНАТ-вейвлет вейвлета в Matlab: `[psi, x] = mexihat (lb, ub, N)`.

Функция `mexihat` возвращает вектор `psi` значений вейвлета «мексиканской шляпы», представляющего собой вторую производную гауссиана (1)

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(t^2 - 1)e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (1)$$

взятого на интервале (lb, ub) . Кроме того, функция обеспечивает вывод временной сетки `x`, содержащей `N` точек области определения вейвлета. Вейвлет «сомбреро» не обладает компактным носителем, однако наибольшая часть его энергии сосредоточена на интервале $(-5; 5)$. Такой интервал может быть рекомендован как априорный для задания пределов `lb, ub`.

Пример задания функции:

```
% Пределы носителя вейвлета и число точек сетки
lb = -5;
ub = 5;
N = 2^8;
[psi, x] = mexihat (lb, ub, N, 2); % Вейвлет сомбреро
```

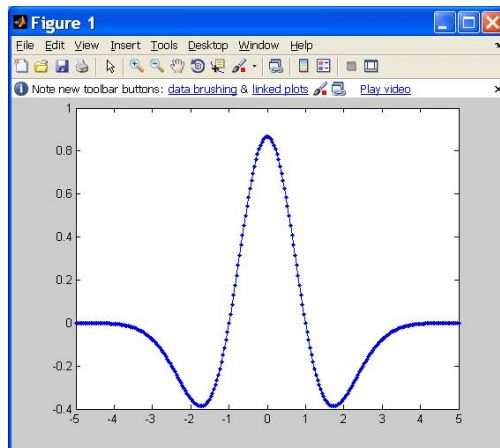


Рис. 3. Осциллограмма вейвлет-функции «сомбреро»

Чтобы определить центральную частоту вейвлета, можно воспользоваться одним из приложений Matlab – `SPTool`. Таким образом, для получения осциллограммы и спектра МНАТ-вейвлета выполняется следующая последовательность действий:

1. задаем функцию вейвлета в m-файле и копируем его содержимое в рабочее окно Matlab;
2. вызываем приложение SPTool (команда `sptool`). Пример рабочего окна на рис. 4.

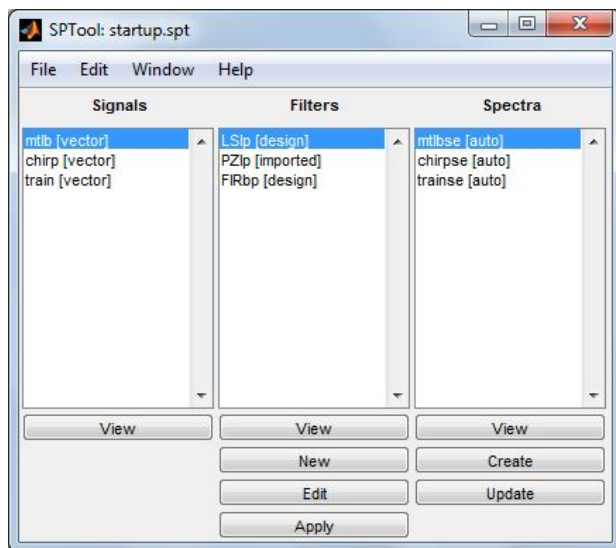


Рис. 4. Рабочее окно приложения SPTool

3. импортируем вейвлет-функцию в SPTool. Выполняется команда `File – Import`, в открывшемся окне `Import to SPTool` (рис. 5) в поле `Source` выбирается источник сигнала – `From Workspace`. Выделяется имя сигнала в поле `Workspace Contents`, нажатием кнопки со стрелкой рассматриваем сигнал с выделенным именем как данные (`Data`), в поле `Sampling Frequency` задаем частоту дискретизации. В данном примере количество точек области определения вейвлета было выбрано 256, поэтому частоту дискретизации задаем равной 256 и нажимаем `Ok`.

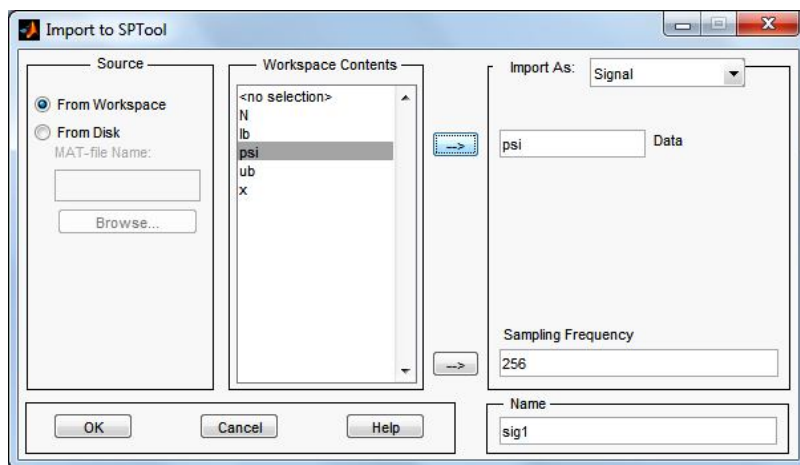
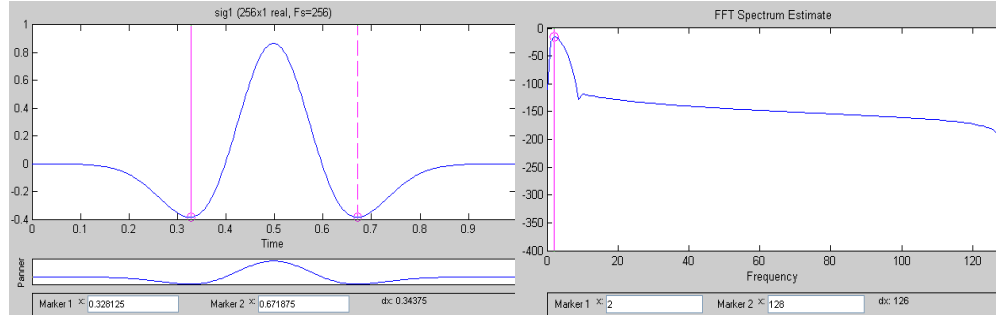


Рис. 5. Импорт вейвлет-функции в SPTool

4. в окне `SPTool: startup.spl` выделяем имя сигнала, с которым будем работать и нажимаем кнопку `View` в поле `Signals` (рис. 4.), чтобы получить осциллограмму заданного сигнала (рис. 6а).

5. далее в поле Spectra нажать Create. В появившемся окне Spectrum Viewer выбираем метод расчета спектра FFT и нажимаем Apply. В поле FFT Spectrum Estimate строится спектр МНАТ-вейвлета и встроенным маркером определяем частоту в максимальной точке пика спектра (рис. 6б). В данном случае центральная частота равна 2 Гц. При сжатии осциллограммы вейвлета в 4 раза (рис. 6в) центральная частота спектра смещается на частоту 8 Гц (рис. 6г), то есть увеличивается в 4 раза.

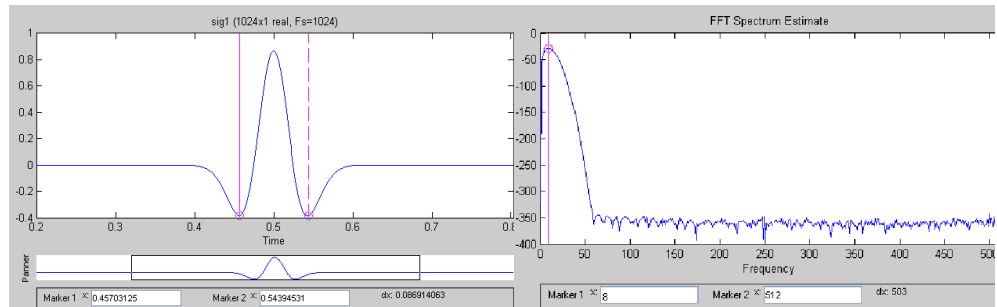
$$lb = -5; ub = 5; N = 2^8; [\psi, x] = \text{mexihat}(lb, ub, N, 2);$$



а)

б)

$$lb = -20; ub = 20; N = 2^{10}; [\psi, x] = \text{mexihat}(lb, ub, N, 2);$$



в)

г)

Рис. 6. Пример изменения масштаба вейвлета «Сомбреро»

И в качестве примера практического применения эффекта масштабирования вейвлет-функций исследуем процесс фильтрации вейвлетом Хаара прямоугольного импульсного сигнала, заданного суммой 4 гармоник (рис. 7) в программе Wavelet Toolbox SWT Denoising 1-D, в которой происходит выделение и фильтрация высокочастотной помехи (шума). [2]

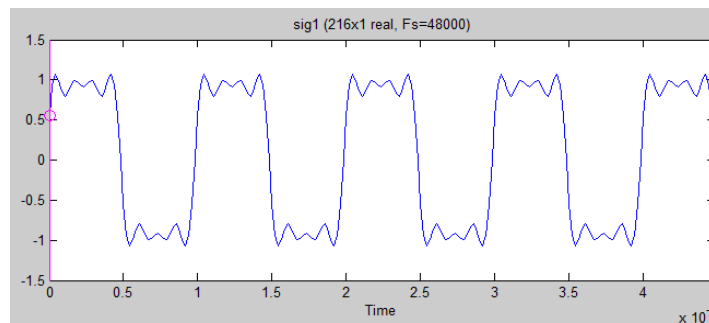


Рис. 7. Осциллограмма входного сигнала

Вейвлеты Хаара являются относительно узкополосными фильтрами и, изменяя уровни разложения вейвлета Хаара, видно как отфильтровываются высокочастотные гармоники прямоугольных импульсов. При уровне Хаара 1 проходят все гармоники, это значит, что масштаб осциллограммы вейвлета был наименьшим и отфильтровалась только незначительная часть высокочастотной составляющей сигнала (рис. 8а).

При увеличении числа уровней (Хаар 2) центральная частота спектра вейвлета смещается в область низких частот и как следствие, отфильтровываются все более низкочастотные составляющие (рис. 8б.). И в результате остается только одна самая низкочастотная гармоника (рис. 8в).

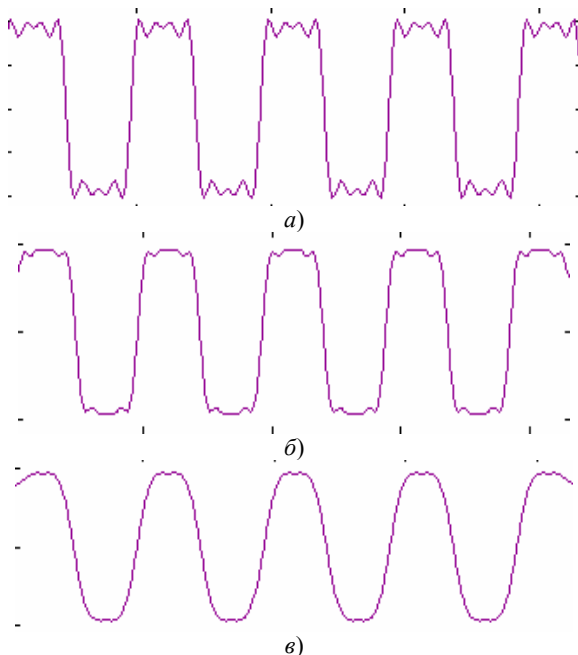


Рис. 8. Осциллограммы исследуемого сигнала

Вейвлет-функции представляют собой ортонормированный базис, позволяющий исследовать частотные свойства радиотехнических сигналов. Процесс масштабирования вейвлетов (кратное сжатие во времени) приводит к кратному растяжению спектра вейвлета (кратному увеличению его центральной частоты). Основным отличием спектрального представления вейвлетов от спектра гармонических сигналов является то, что спектр вейвлета не является дискретным (набор одиночных гармоник), а представляет собой узкополосный фильтр, выделяющий из всего частотного диапазона некоторую область вокруг центральной частоты, что позволяет эффективно фильтровать радиотехнические сигналы.

Список литературы:

- [1] Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б. «Основы цифровой обработки сигналов. 2-е издание», Санкт-Петербург «БВХ-Петербург»
- [2] Баранова М.Н, Лядова Е.И, Гордяскина Т.В. «Моделирование вейвлет-преобразований сигналов в среде Matlab2007 в курсе «Радиотехнические цепи и сигналы», ФБОУ ВПО «ВГАВТ», 2012 г.