

- [6] Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л. Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. Книга 2. Процессы сложного нагружения. Тверь: ТГТУ, 2004. - 184 с.
 [7] Завахайко А.А., Можаровский Н.С. О характеристиках прочности и пластичности при сложных путях нагружения // Проблемы прочности. 1992. №1. С. 90–93
 [8] Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
 [9] Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. Книга 2. Пластичность. – М.: Физматлит, 2008. – 336 с.

Т.И. Тарнопольская, О.В. Сидорова
 ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ПАРАМЕТРОВ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЁСНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Для решения задач об устойчивости транспортных средств одним из способов является составление уравнений возмущенного движения. В некритических по Ляпунову случаях можно ограничиться анализом линейного приближения. Невозмущенным движением будем считать случай, когда единственной, не равной нулю обобщенной координате, соответствует некриволинейное движение в плоскости.

Чтобы описать движение транспортного средства, следует воспользоваться уравнениями Лагранжа II рода. Динамические уравнения в пространстве трех обобщенных координат (x, y, ϑ) в этом случае принимают вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = Q_y \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\vartheta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \vartheta} = Q_{\vartheta} \end{cases} \quad (1)$$

здесь $T = \frac{1}{2} (m v_c^2 + I \dot{\vartheta}^2)$ – кинетическая энергия системы, совершающей плоскопараллельное движение, а Q_x, Q_y, Q_{ϑ} – обобщенные силы по соответствующим обобщенным координатам. Где x – перемещение вдоль продольной оси, связанной с центром масс, y – перемещение вдоль поперечной оси, ϑ – курсовой угол, а их производные – соответствующие обобщенные скорости.

Для транспортного средства, представленного на рис. 1 с управляемыми передними колесами (углом θ) при учете перераспределения нагрузок по правому и левому борту обобщенные силы могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_x &= -(X_1 \cos\theta + Y_1 \sin\theta + X'_1 \cos\theta' + Y'_1 \sin\theta') - \sum_{i=1}^2 (X_{2i} + X'_{2i}); \\ Q_y &= (Y_1 \cos\theta - X_1 \sin\theta + Y'_1 \cos\theta' - X'_1 \sin\theta') + \sum_{i=1}^2 (Y_{2i} + Y'_{2i}); \\ Q_{\vartheta} &= H(X_1 \cos\theta + Y_1 \sin\theta - X'_1 \cos\theta' - Y'_1 \sin\theta') + \varepsilon(X_1 - X'_1) - a(Y_1 \cos\theta - \\ &\quad - X_1 \sin\theta + Y'_1 \cos\theta' - X'_1 \sin\theta') + \sum_{i=1}^2 [(X_{2i} + X'_{2i})H_2 - (Y_{2i} + Y'_{2i})b_{2i}]. \end{aligned} \quad (2)$$

В правой части выражений (2) задействованы продольные X_{ij} и поперечные силы Y_{ij} , возникающие в пятнах контакта колес с опорной поверхностью, причем, силы соответствующие правому борту со штрихом. В данном случае рассматривается трехосное транспортное средство (с индексом 1 – передняя ось, 2i – задние оси).

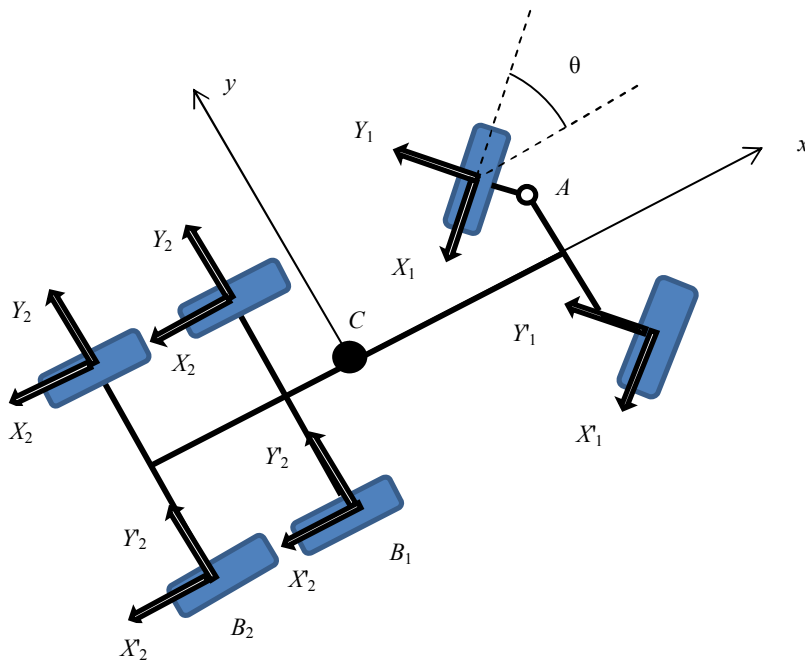


Рис. 1. Схема сил в пятнах контакта колес с опорной поверхностью трехосного транспортного средства

Величина продольных сил, сил сопротивления качению, используемых в (2), может быть задана соотношением:

$$X = \begin{cases} \frac{M}{r} & \text{если } \frac{M}{r} < \varphi \cdot G_i \\ \varphi \cdot G_i & \text{если } \frac{M}{r} \geq \varphi \cdot G_i \end{cases} \quad (3)$$

где M – тяговый или тормозной момент, приложенный к колесу,
 r – радиус колеса,
 φ – коэффициент сцепления с опорной поверхностью.

Поперечные силы, приложенные в центре пятна контакта катящегося упругого колеса, так называемые, силы сопротивления боковому уводу из (2), в зависимости от угла увода представлены следующей аналитической аппроксимацией:

$$Y = \frac{k\delta_i}{\sqrt{1 + \frac{k\delta_i^2}{(\varphi G_i)^2}}}$$

здесь δ_i – угол бокового увода,
 k – коэффициент сопротивления боковому уводу,
 G_i – вертикальная нагрузка, приходящаяся на заданное колесо.

Принимая во внимание (2) и (3), углы бокового увода колес представим следующим образом:

$$\delta_1 = -\frac{U + a \cdot \omega}{V - \omega(H + \varepsilon)}; \quad \delta_1' = -\frac{U + a \cdot \omega}{V + \omega(H + \varepsilon)}$$

$$\delta_{2i} = \frac{-U + b_{2i} \cdot \omega}{V - \omega \cdot H_2}; \quad \delta_{2i}' = \frac{-U + b_{2i} \cdot \omega}{V + \omega \cdot H_2};$$

Координаты центра масс и курсовой угол как функции времени позволяют записать кинематические уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \vartheta - U \sin \vartheta, \\ \dot{y} = V \sin \vartheta + U \cos \vartheta, \\ \dot{\vartheta} = \omega. \end{cases} \quad (3)$$

Абсциссы и ординаты любой точки транспортного средства могут быть найдены из конечных уравнений. Для координат основных характерных точек справедливы выражения:

$$\begin{cases} x_A = x + a \cos \vartheta, \\ y_A = y + a \sin \vartheta; \end{cases} \quad \begin{cases} x_{B_i} = x + b_i \cos \vartheta, \\ y_{B_i} = y + b_i \sin \vartheta; \end{cases} \quad (i = 1, 2)$$

Система уравнений движения допускает решение $U = \dot{y} = 0$, $\omega = \dot{\vartheta} = 0$ ($\theta = \theta' = 0$), которому на плоскости дороги соответствует движение вдоль прямой со скоростью V при постоянном курсовом угле $\vartheta = \text{const}$. Примем такое движение за невозмущенное. При прямолинейном или близком к прямолинейному движению поперечные скорости центров масс значительно меньше продольных:

$$|U + a \cdot \omega| \ll V; \quad |U - b_{2i} \cdot \omega| \ll V.$$

Варьируемые переменные при постоянной скорости движения положим:

$$U = U_* + U', \quad \omega = \omega_* + \omega'$$

Учитывая, что в начальный момент времени $U_* = 0$, $\omega_* = 0$ для вариаций U' и ω' получим уравнения, не разрешенные относительно старший производных:

$$\begin{cases} m(\dot{U}' - \omega U) = Q_x, \\ m(\dot{U} + \omega V) = Q_y; \\ I \dot{\omega} = Q_\vartheta \end{cases}$$

Если систему представить в векторно-матричной форме, то характеристическое уравнение системы будет иметь вид:

$$\|a_{ij}\|_1^2 \text{col}(U, \dot{\omega}) - \|b_{ij}\|_1^2 \text{col}(U, \omega) = 0,$$

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda - b_{11} & a_{12}\lambda^2 - b_{12}\lambda - b_{12} \\ a_{21}\lambda - b_{21} & a_{22}\lambda^2 - b_{22}\lambda - b_{22} \end{vmatrix} = \sum_{i=0}^2 A_i \lambda^{p-i} = 0,$$

Одно из необходимых условий устойчивости близкого к прямолинейному движения, сводится к требованию положительности свободного члена характеристического уравнения:

$$A_2 = - \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = A_2^0 + A_2^1 \cdot \frac{1}{V^2} > 0, \quad \text{т.е.} \quad V_{\text{кр}}^2 < -\frac{A_2^1}{A_2^0}$$

При значении скорости центра масс транспортного средства $V < V_{кр} A_3$ – положителен, $V > V_{кр} A_3$ – отрицателен. Соответственно, движение при скоростях, меньше критической, асимптотически устойчиво при условии отсутствия в этом интервале колебательной неустойчивости (вопрос о наличии колебательной неустойчивости решается путем определения корней характеристического уравнения) и затухание возмущений происходит с течением времени по экспоненте. Если скорость превышает критическую, то движение неустойчиво и возмущение переменных экспоненциально возрастает.

Список литературы:

- [1] Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин – Киев: Наукова думка, 1990. – 232 с.
- [2] Тарнопольская Т.И. Метод квазиординат при разработке математической модели транспортного средства с упругими связями/ Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – Новосибирск: Изд-во ФГОУ ВПО «НГAVT», 2010. - №1. – с. 192–196.
- [3] Тарнопольская Т.И., Сидорова О.В. К исследованию устойчивости движения автомобиля с упругими связями// «Вестник ВГAVT». – Н. Новгород: Изд-во ФГОУ ВПО «НГAVT», 2011. – с. 192–196.