

М.С. Киняпина
ФБОУ ВПО «ВГАВТ»

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОЙ ВЗАИМОСВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ

Рассматривается система дифференциальных уравнений, описывающая динамику связанных маятниковых уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = x_1 \\ \dot{x}_1 = \gamma_1 - \lambda x_1 - \sin \varphi_1 - \alpha_1 \sin \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \gamma_2 - \lambda x_2 - \sin \varphi_2 - \alpha_2 \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (1)$$

Данная система имеет четырехмерное фазовое пространство $(\varphi_1 \bmod 2\pi, x_1, \varphi_2 \bmod 2\pi, x_2)$ и пятимерное пространство параметров $(\gamma_1, \gamma_2, \lambda, \alpha_1, \alpha_2)$.

Решается задача разбиения пространства параметров системы на области, соответствующие различным динамическим режимам.

При помощи функции Ляпунова устанавливается отсутствие колебательных движений в системе связанных одинаковых маятников (случай $\gamma_1 = \gamma_2, \alpha_1 = \alpha_2$).

В этом случае $\gamma_1 = \gamma_2, \alpha_1 = \alpha_2$ заменой $\theta_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}; \theta_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ система (1) сводится к виду

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = u_1 \\ \dot{u}_1 = -\lambda u_1 - (1 - \alpha) \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = u_2 \\ \dot{u}_2 = \gamma - \lambda u_2 - (\alpha + 1) \cos \theta_1 \sin \theta_2 \end{cases} \quad (2)$$

Единственное устойчивое состояние равновесия системы (2) определяет устойчивое многообразие $\varphi_1 = \varphi_2$ системы (1).

Проведен бифуркационный анализ состояний равновесия системы (1). Установлено существование области параметров, где система (1) имеет единственное устойчивое состояние равновесия. Методом систем сравнения получены оценки области ГАУ.

Устанавливаются области параметров соответствующие существованию периодических, квазипериодических и хаотических режимов.

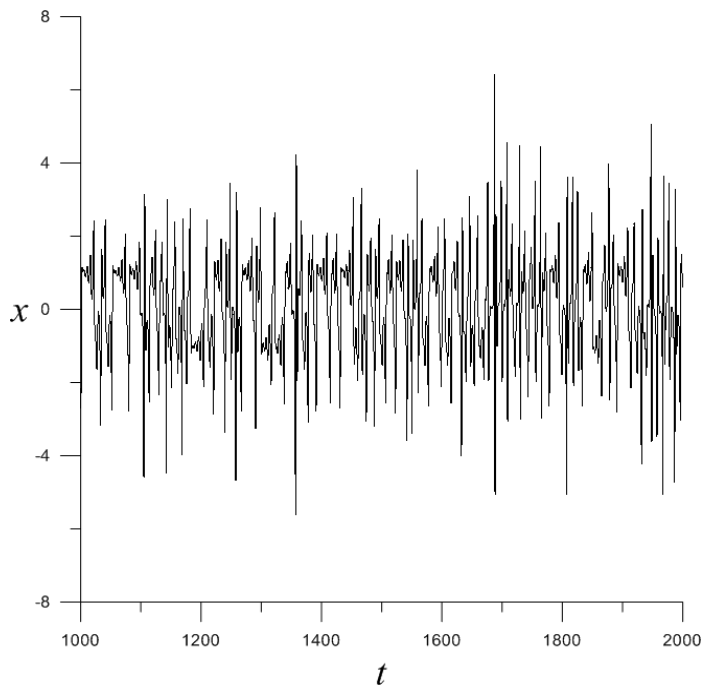


Рис. 1

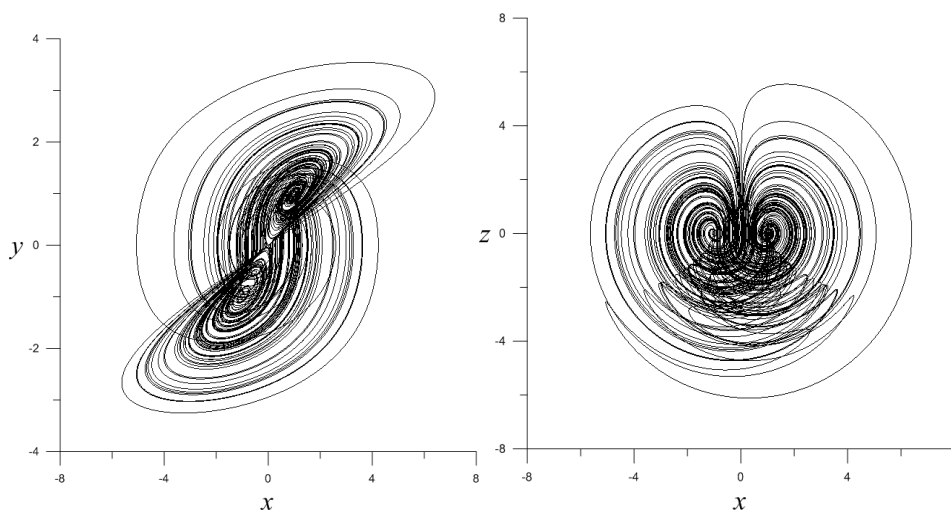


Рис. 2

Результаты аналитического исследования иллюстрируются результатами численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 12-01-00694).

Список литературы:

[1] Белых В.Н., Чемоданов В.Ю. Качественное исследование математической модели взаимодействия роторов. Методы качественной теории дифференциальных уравнений: сб.ст. под ред. Шильникова Л.П.; Горьк. гос. ун-т. Горький, 1989. с. 12–25.
[2] Belykh V. Bifurcation and Attractors of Phase Systems. Berlin Akademie, 1990, vol.59, pp. 21–26.