

Самостоятельная работа завершается контролем. Наиболее эффективным является корректирующий контроль результатов самостоятельной работы, который проводится преподавателем непосредственно в процессе выполнения работы в форме консультирования с целью стимулирования активности и интереса студентов, создания положительного эмоционального отношения к контрольно-оценочной деятельности. Констатирующий контроль оценивает процесс и результат завершенной самостоятельной работы, анализирует общие итоги работы и уровень усвоения учебного материала, позволяет сравнить результаты контроля самостоятельной работы данной группы с результатами самостоятельной работы других групп для определения уровня знаний студентов. По результатам контроля определяется общий итог работы, что дает возможность преподавателю прогнозировать дальнейший этап обучения.

При изучении дисциплин «Математика» и «Высшая математика» основанных на компетентностном подходе, основной формой самостоятельной работы по математике является работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам или электронным ресурсам (привитие навыков работы со специальной литературой), решение задач на более углубленном уровне, самопроверка, выполнение самостоятельных, расчетно-графических и контрольных работ, доклад на научной студенческой конференции.

Самостоятельная работа по математике осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм. Аудиторная самостоятельная работа предполагает на практических занятиях самостоятельное решение задач по образцу с последующим обсуждением полученных результатов, письменный опрос, тестирование. Она проводится под контролем и в присутствии преподавателя, у которого в ходе выполнения задания можно получить консультацию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется в произвольном режиме времени в удобные для студента часы, вне аудитории, часто дома. Такими видами учебной деятельности является выполнение расчетно-графических работ (РГР) и доклады на учебно-научных студенческих конференциях. Участие в студенческих конференциях приводит студентов к получению новых знаний по темам на изучение которых, отводится мало часов, но важным для технических специальностей. Во время конференций создается та самая учебная среда, в которой студенты активны, происходит обмен информацией, ее анализ и одновременно контроль усвоенных знаний. Студенты получают навыки первых публичных выступлений, учатся пользоваться специальной терминологией.

Организованная таким образом самостоятельная работа отвечает всем рассмотренным ранее критериям, признакам и целям высокой эффективности познавательной деятельности студентов, что позволяет считать, что самостоятельность как признак компетентности является одним из важных показателей повышения качества подготовки специалистов.

*Е.В. Панкратова, А.И. Калякулина*  
*ФГАОУ ВПО «НГУ им. Н.И. Лобачевского»*

## **ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ДВУХ ХАОТИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ, СВЯЗАННЫХ ЧЕРЕЗ ЛДУ ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

В данной работе представлены результаты исследования динамики двух систем ФитцХью-Ринцеля, связь между которыми описывается дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_i - x_i^3 / 3 - y_i + z_i + \varepsilon(w - x_i) \\ \dot{y}_i = \gamma(x_i - by_i) \\ \dot{z}_i = \mu(c - x_i - dz_i) \\ \dot{w} + hw = \varepsilon \sum_{i=1}^2 (x_i - w), \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (1)$$

В рассматриваемой системе переменная  $x$  описывает изменение мембранного потенциала нервной клетки, переменные  $y$  и  $z$  определяют изменения ионных токов, переменная  $w$  моделирует влияние среды [1,2],  $\mu$  – малый параметр ( $\mu=0.0001$ ),  $\varepsilon$  – параметр связи,  $h$  – вязкость среды. Параметры рассматриваемой системы:  $\gamma=0,08$ ,  $b=0,8$ ,  $c=-1,21$ ,  $d=1$ , – выбраны таким образом, что в отсутствии связи (при  $\varepsilon=0$ ) колебаниям подсистем, Рис. 1(а), соответствует сложное притягивающее множество в фазовом пространстве, Рис. 1(б)–(з) [3].

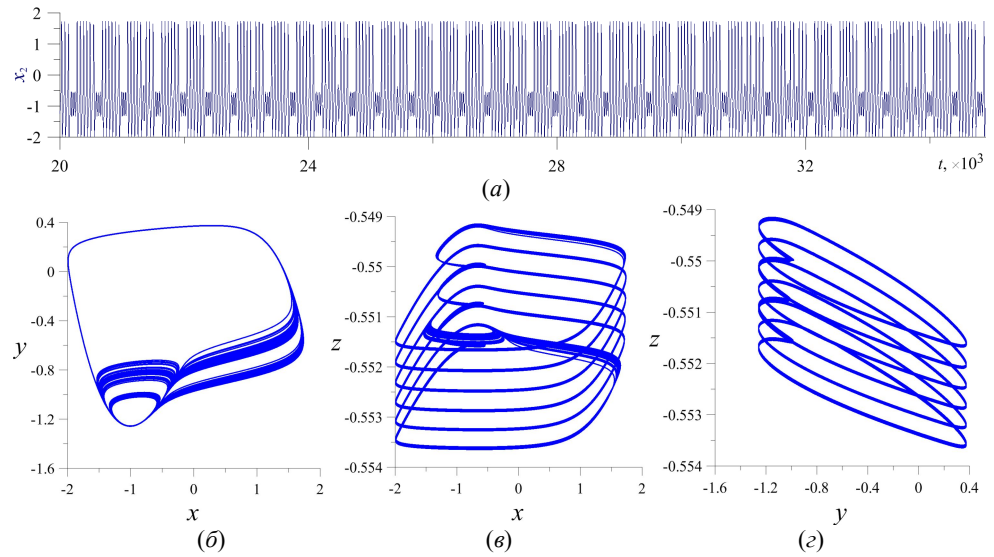


Рис. 1: (а) Изменение во времени переменной  $x$  и соответствующие представленной реализации проекции аттрактора на плоскости (б)  $(x, y)$ , (в)  $(x, z)$ , (г)  $(y, z)$ .

Для нахождения координат состояния равновесия на синхронном многообразии ( $x_1=x_2=x$ ,  $y_1=y_2=y$ ,  $z_1=z_2=z$ ) запишем систему:

$$\begin{cases} x - x^3 / 3 - y + z + \varepsilon(w - x) = 0 \\ \gamma(x - by) = 0 \\ \mu(c - x - dz) = 0 \\ -hw + 2\varepsilon(x - w) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Из трёх последних уравнений системы (2) следует, что:

$$y = \frac{x}{b}, \quad z = \frac{c - x}{d}, \quad w = \frac{2\varepsilon x}{2\varepsilon + h}. \quad (3)$$

Подстановка полученных выражений в первое уравнение системы (2) и выполнение некоторых преобразований, приводит к приведенному кубическому уравнению относительно  $x$ :

$$x^3 + 3\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)x - \frac{3c}{d} = 0. \quad (4)$$

Так как  $h > 0$ ,  $\varepsilon > 0$ ,  $b > 0$ ,  $d > 0$ ,  $b + d > bd$ , дискриминант уравнения (4)

$$D = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3 + \left(\frac{3c}{2d}\right)^2 \quad (5)$$

положителен, следовательно, уравнение (4) имеет единственный вещественный корень. Будем искать решение (4) в виде:

$$x = \xi - \frac{1}{\xi} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right). \quad (6)$$

Подстановка (6) в (4), позволяет получить уравнение:

$$\xi^6 - \frac{3c}{d} \xi^3 - \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3 = 0, \quad (7)$$

решение которого имеет вид:

$$\xi_{\pm}^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{3c}{d} \pm \sqrt{\frac{9c^2}{d^2} + 4 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3} \right). \quad (8)$$

Для получения  $x_{eq}$  подставим в (6)

$$\xi_+ = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \left( \frac{3c}{d} + \sqrt{\frac{9c^2}{d^2} + 4 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3} \right)}. \quad (9)$$

Учитывая, что

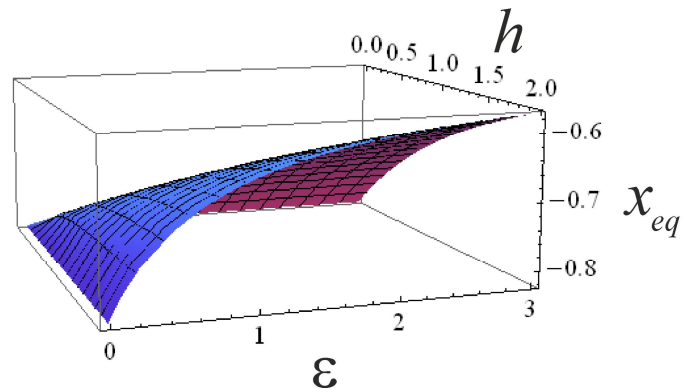
$$\frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2} \left( \frac{3c}{d} + \sqrt{\frac{9c^2}{d^2} + 4 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3} \right)}} = - \sqrt[3]{\frac{1}{2} \left( \frac{3c}{d} - \sqrt{\frac{9c^2}{d^2} + 4 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3} \right)}, \quad (10)$$

получим:

$$x_{eq} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \left( \frac{3c}{d} + \sqrt{\frac{9c^2}{d^2} + 4 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3} \right)} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} \left( \frac{3c}{d} - \sqrt{\frac{9c^2}{d^2} + 4 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} + \frac{\varepsilon h}{2\varepsilon + h} - 1\right)^3} \right)}. \quad (11)$$

Таким образом, на синхронном многообразии координаты единственного состояния равновесия системы (1) :

$$O_{eq} = \left( x_{eq}, \frac{x_{eq}}{b}, \frac{c - x_{eq}}{d}, \frac{2\varepsilon x_{eq}}{2\varepsilon + h} \right). \quad (12)$$

Рис. 2: Зависимость  $x_{eq}(\epsilon, h)$ .

На Рис. 2 показана зависимость  $x_{eq}$  от параметра среды  $h$  и параметра связи  $\epsilon$ .

На основе использования критерия Рауса-Гурвица (см., например, [4]) было получено разбиение плоскости параметров  $\epsilon(h)$  на две области, одна из которых соответствует режиму отсутствия колебаний, другая – режиму различной колебательной активности. Граница устойчивости состояния равновесия, полученная аналитически, была подтверждена результатами прямого численного моделирования. Численно было установлено, что в области, где состояние равновесия  $O_{eq}$  становится неустойчивым, в зависимости от выбора параметров  $h$  и  $\epsilon$  устанавливаются различные колебательные режимы поведения.

Таким образом, в настоящей работе показано, что в системе (1) при изменении параметров среды и связи возможны установление сложных как периодических так и непериодических колебаний пачечного типа, генерация периодических последовательностей импульсов, а также полное подавление генерации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 15-01-08776 и 14-02-31727), Минобрнауки (контракт 1.115.2014/ К).

#### Список литературы:

- [1] Resmi V., Ambika G., Amritkar R.E. //Synchronized states in chaotic systems coupled indirectly through a dynamic environment. Phys. Rev. E. 2010. V. 81. С. 046216.
- [2] Resmi V., Ambika G., Amritkar R.E., Rangarajan G. // Amplitude death in complex networks induced by environment. Phys. Rev. E. 2012. V. 85. С. 046211.
- [3] Белых В.Н., Панкратова Е.В. //Хаотическая синхронизация в ансамблях связанных нейронов, моделируемых системой ФитцХью-Ринцеля. Известия вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, №11. С. 1002.
- [4] Четаев Н.Г. Устойчивость движения. - М: Наука, 1965, 234 с.