ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК
Интернет журнал широкой научной тематики.
Выпуск 5, 2016 г.
ISBN 978-5-901772-51-0

УДК 537.87

Т.М. Заборонкова, д.ф.-м.н., профессор ФГБОУ ВО «НГТУ им. Р.Е.Алексеева»
Н.Ф. Яшина, к.ф.-м.н. доцент ФГБОУ ВО «НГТУ им. Р.Е.Алексеева»
603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, 24

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ, НАПРАВЛЯЕМЫЕ АНИЗОТРОПНЫМИ ВОЛНОВОДНЫМИ СТРУКТУРАМИ

Ключевые слова: магнитоактивная плазма, открытые волноводы, электромагнитные поверхностные волны

Рассматривается распространение электромагнитных волн, направляемых магнитоактивным плазменным цилиндром и плоским слоем, расположенными в однородной диэлектрической среде. Показано, что при определенных параметрах, возможно существование собственных поверхностных волн. Исследованы особенности их каналирования.

Интерес к распространению электромагнитных волн в магнитоактивных средах возник сравнительно давно и стимулировался многочисленными приложениями, в частности, диагностикой ионосферной и лабораторной плазмы, а также лабораторным моделированием волновых процессов [1,2]. Настоящая работа посвящена изучению особенностей каналирования электромагнитных волн, направляемых различными волноводными структурами: поверхностью бесконечно протяженного анизотропного цилиндра; плоским слоем магнитоактивной плазмы, расположенными в однородном изотропном диэлектрике и плоской границей раздела магнитоактивной плазмы и диэлектрика. Как известно [3], бесстолкновительная замагниченная плазма описывается тензором диэлектрической проницаемости недиагонального вида

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где величины ε, g, η определяются параметрами среды и в случае двухкомпонентной плазмы, для монохроматического поля $\exp(i\omega t)$ имеют вид

$$\varepsilon = \frac{(\omega^2 - \omega_{LH}^2)(\omega^2 - \omega_{UH}^2)}{(\omega^2 - \omega_H^2)(\omega^2 - \Omega_H^2)}, \qquad g = \frac{\omega_p^2 \omega_H \omega}{(\omega^2 - \omega_H^2)(\omega^2 - \Omega_H^2)}, \qquad \eta = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

где ω - круговая частота, ω_H и Ω_H -гирочастоты электронов и ионов, ω_p - плазменная частота электронов, ω_{LH} и ω_{UL} - нижняя и верхняя гибридная частоты, соответственно. Предполагается, что внешнее магнитное поле $\vec{H}_0 = H_0 \vec{z}_0$ ориентированно параллельно оси симметрии системы.

1. Рассмотрим бесконечный плазменный цилиндр радиуса b, окруженный однородным диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}$. Будем решать задачу в

цилиндрической системе координат (ρ, φ, z). Выражения для электрического и магнитного полей могут быть представлены в виде [2]:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}(\vec{r}) \\ \vec{H}(\vec{r}) \end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \begin{bmatrix} \vec{E}_m(\rho, \mathrm{p}) \\ \vec{H}_{\mathrm{m}}(\rho, \mathrm{p}) \end{bmatrix} \exp(i\omega t - im\varphi - ik_0 pz), \qquad (2)$$

где m - азимутальный индекс, p - нормированная продольная постоянная распространения, $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. Из уравнений Максвелла нетрудно получить, что векторные функции $\vec{E}_m(\rho, \mathrm{p})$ и $\vec{H}_m(\rho, \mathrm{p})$ могут быть записаны в виде:

при $\rho < b$

$$E_{\rho,m} = -\sum_{k=1}^{2} B_{mk} \left[\frac{n_k p + g}{\varepsilon} J_{m+1}(k_0 q_k \rho) + \alpha_k m \frac{J_m(k_0 q_k \rho)}{k_0 q_k \rho} \right],$$

$$E_{\varphi,m} = i\sum_{k=1}^{2} B_{mk} \left[J_{m+1}(k_0 q_k \rho) + \alpha_k m \frac{J_m(k_0 q_k \rho)}{k_0 q_k \rho} \right],$$

$$E_{z,m} = \frac{i}{\eta} \sum_{k=1}^{2} B_{mk} n_k q_k J_m(k_0 q_k \rho),$$

$$H_{\rho,m} = -i\frac{1}{Z_0} \sum_{k=1}^{2} B_{mk} \left[pJ_{m+1}(k_0 q_k \rho) - n_k \beta_k m \frac{J_m(k_0 q_k \rho)}{k_0 q_k \rho} \right],$$

$$H_{\varphi,m} = --\frac{1}{Z_0} \sum_{k=1}^{2} B_{mk} n_k \left[J_{m+1}(k_0 q_k \rho) - \beta_k m \frac{J_m(k_0 q_k \rho)}{k_0 q_k \rho} \right],$$

$$H_{z,m} = -\frac{1}{Z_0} \sum_{k=1}^{2} B_{mk} n_k J_m(k_0 q_k \rho); \qquad (3)$$

для $\rho > b$

$$E_{\rho,m} = C_m m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} - D_m \frac{p}{\tilde{\varepsilon}} \left[H_{m+1}^{(2)}(k_0 q \rho) - m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} \right],$$

$$E_{\varphi,m} = iC_m \left[H_{m+1}^{(2)}(k_0 q \rho) - m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} \right] - iD_m \frac{p}{\tilde{\varepsilon}} m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho},$$

$$E_{z,m} = \frac{i}{\tilde{\varepsilon}} D_m q H_{m+1}^{(2)}(k_0 q \rho),$$

$$H_{\rho,m} = -i\frac{1}{Z_0} C_m p \left[H_{m+1}^{(2)}(k_0 q \rho) - m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} \right] + i\frac{1}{Z_0} D_m m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho},$$

$$H_{\varphi,m} = \frac{1}{Z_0} C_m pm \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} - \frac{1}{Z_0} D_m \left[H_{m+1}^{(2)}(k_0 q \rho) - m \frac{H_m^{(2)}(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} \right],$$

$$H_{z,m} = -\frac{1}{Z_0} C_m q H_m^{(2)}(k_0 q \rho), \qquad (4)$$

где $J_m(\varsigma)$ и $H_m^{(2)}(\varsigma)$ - функции Бесселя и функции Ханкеля второго рода соответственно, B_{mk}, C_m и D_m некоторые константы. Остальные величины, входящие в (3) и (4) определяются формулами:

$$n_k = -\frac{\varepsilon}{pg}[p^2 + q_k^2 + \frac{g^2}{\varepsilon} - \varepsilon], \ \alpha_k = \frac{p^2 + q_k^2 - \varepsilon}{g} - 1, \ \beta_k = \frac{p}{n_k} + 1;$$

$$q_k(p) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\varepsilon - \frac{g^2}{\varepsilon} + \eta - (\frac{\eta}{\varepsilon} + 1)p^2 + (-1)^k \varepsilon^{-1} R(p)]^{1/2},$$

где $R(p)=[(\eta-\varepsilon)^2 p^4+2[g^2(\eta+\varepsilon)-\varepsilon(\eta-\varepsilon)^2]p^2-+(\varepsilon^2-g^2-\varepsilon\eta)^2]^{1/2}$;

$q(p)=\sqrt{\tilde{\varepsilon}-p^2}$.

Из условия непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхности цилиндра $(\rho=b)$ можно получить следующее дисперсионное уравнения, позволяющее определить продольные постоянные распространения собственных мод, каналируемых цилиндром

$$n_2(\mathrm{H_m}-\mathrm{J}_{m1})(\mathrm{H_m}-\frac{\eta}{\tilde{\varepsilon}}\tilde{\mathrm{J}}_{\mathrm{m2}})-n_1(\mathrm{H_m}-\mathrm{J_{m2}})(\mathrm{H_m}-\frac{\eta}{\tilde{\varepsilon}}\tilde{\mathrm{J}}_{m1})+$$

$$+p\frac{\eta}{\tilde{\varepsilon}}\frac{m}{(k_0qb)^2}[\mathrm{J_{m1}}+\tilde{\mathrm{J}}_{\mathrm{m1}}-\mathrm{J_{m2}}-\tilde{\mathrm{J}}_{\mathrm{m2}}]-(n_2-n_1)\frac{p^2}{\tilde{\varepsilon}}\frac{m^2}{(k_0qb)^4}]=0, \quad (5)$$

где $\mathrm{H_m}=\dfrac{H_{m+1}^{(2)}(k_0qb)}{k_0qbH_m^{(2)}(k_0qb)}-\dfrac{m}{(k_0qb)^2}$, $\mathrm{J_{m1,2}}=\dfrac{J_{m+1}(k_0q_{1,2}b)}{k_0q_{1,2}bJ_m(k_0q_{1,2}b)}+m\dfrac{\alpha_{1,2}}{(k_0q_{1,2}b)^2}$,

$$\tilde{\mathrm{J}}_{\mathrm{m1,2}}=\frac{J_{m+1}(k_0q_{1,2}b)}{k_0q_{1,2}bJ_m(k_0q_{1,2}b)}-m\frac{\beta_{1,2}}{(k_0q_{1,2}b)^2}.$$

Уравнение (8) допускает лишь численное исследование. Расчеты показали, что в частотном интервале $\omega_{LH}<\omega<\omega_H<<\omega_{\mathrm{p}}$ плазменный цилиндр может поддерживать собственные поверхностные волны с действительной постоянной распространения. Например, при изменении круговой частоты в интервале $10^6<\omega<10^8\,(\mathrm{c}^{-1})$ существуют поверхностные волны соответствующие азимутальному индексу $m=0,\pm1,0$ Расчеты проводились при следующих значениях параметров плазмы $\omega_p=3.088\cdot10^{10}\,\mathrm{c}^{-1}$, $\omega_H=9.67\cdot10^9\,\mathrm{c}^{-1}$, диаметра цилиндра $b=1\div10\,\text{см}$ и диэлектрической проницаемости среды $1\le\tilde{\varepsilon}\le10$.

2. В случае сильно замагниченного плазменного цилиндра ($g\to0$) дисперсионное уравнение принимает более простой вид

$$n_2(\mathrm{H_m}-\mathrm{J}_{m1})(\mathrm{H_m}-\frac{\eta}{\tilde{\varepsilon}}\mathrm{J_{m2}})-\frac{p^2}{\tilde{\varepsilon}}\frac{m^2}{(k_0qb)^4}(1-\frac{(k_0qb)^2}{(k_0q_1b)^2}]=0, \quad (6)$$

где $\mathrm{J_{m1,2}}=\dfrac{J_{m+1}(k_0q_{1,2}b)}{k_0q_{1,2}bJ_m(k_0q_{1,2}b)}-\dfrac{m}{(k_0q_{1,2}b)^2}$, $\mathrm{H_m}=\dfrac{H_{m+1}^{(2)}(k_0qb)}{k_0qbH_m^{(2)}(k_0qb)}-\dfrac{m}{(k_0qb)^2}$

Численно получено, что в частотном интервале $\omega_p^2<<\omega\omega_H,\omega<\omega_{\mathrm{p}}$ и $\omega_{LH}<\omega<<\omega_H$ такой плазменный цилиндр может также поддерживать поверхностные волны.

3. Дисперсионное уравнение для волн, направляемых плоской границей раздела однородной диэлектрической среды и магнитоактивной плазмы может быть получено предельным переходом из (5) при $b\to\infty$ и m=0:

$$n_1(\tilde{\varepsilon}q_1+q\eta)(q+q_2)-n_2(\tilde{\varepsilon}q_2+q\eta)(q+q_1)=0.$$

Нетрудно показать, что плоская граница также поддерживает поверхностные волны.

4. Дисперсионное уравнение для плоского плазменного слоя толщины $2b$, расположенного в однородной диэлектрической среде, имеет вид:

для симметричной моды

$$(n_2-n_1)(q^2+\frac{\tilde{\varepsilon}}{\eta}q_1q_2\tan(k_0q_1b)\tan(k_0q_2b))+$$

$$+qq_1(\frac{\tilde{\varepsilon}}{\eta}n_1-n_2)\tan(k_0q_1b)+qq_2(n_1-\frac{\tilde{\varepsilon}}{\eta}n_2)\tan(k_0q_2b)=0;$$

для несимметричной моды

$$(n_2 - n_1)(q^2 + \frac{\tilde{\varepsilon}}{\eta} q_1 q_2 \frac{1}{\tan(k_0 q_1 b)\tan(k_0 q_2 b)}) -$$
$$- q q_1 (\frac{\tilde{\varepsilon}}{\eta} n_1 - n_2)\frac{1}{\tan(k_0 q_1 b)} - q q_2 (n_1 - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\eta} n_2)\frac{1}{\tan(k_0 q_2 b)} = 0 .$$

Плоский слой направляет поверхностные волны для указанных выше параметров плазмы и диэлектрика в том же частотном диапазоне. Заменим, что плоский диэлектрический слой в магнитоактивной плазме не поддерживает поверхностные волны, распространяющиеся вдоль направления внешнего магнитного поля, однако может каналировать поверхностные моды в случае их поперечного распространения по отношению к направлению внешнего магнитного поля.

Таким образом, проанализировано каналирование электромагнитных волн, направляемых цилиндрическими и плоскими открытыми анизотропными волноведущими системами. Исследованы особенности распространения поверхностных волн рассматриваемыми структурами.

Список литературы:

[1] Kostrov A.V., Kudrin A.V., Kurina L.E., Luchinin G.A., Shaykin A.A., and Zaboronkova T.M. Whistlers in thermally generated ducts with enhanced plasma density / Physica Scripta. 2000. V. 62, Pt.1. P.51-65.
[2] Kondrat`ev I.G., Kudrin A.V, Zaboronkova T.M. Electrodynamics of Density Ducts in Magnetized Plasmas. - Gordon and Breach, Amsterdam, 1999.
[3] Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука. 1967.