



УДК 517.9

**В.Н. Белых**, профессор, д.ф.- м.н., зав. кафедрой математики, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”  
603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

## ЯВЛЕНИЯ ЗАХВАТЫВАНИЯ И ОПАСНЫЕ РЕЖИМЫ СИНХРОНИЗАЦИИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ<sup>1</sup>

*Ключевые слова: нелинейный осциллятор, захватывание, синхронизация.*

*В докладе рассматривается математическая задача о режимах синхронизации нелинейных осцилляторов, связанных через общую базу.*

Явление захватывания, открытое голландским физиком Ван дер Полем в двадцатые годы прошлого века, состоит в том, что генератор при действии на него внешней силы совершает колебания не на собственной частоте автоколебаний, а на частоте внешнего воздействия [1]. По-другому захватывание называют синхронизацией осциллятора внешним сигналом. Математическая теория этого явления, созданная А.А. Андроновым и А.А. Виттом [2], базируется на теории систем, близких к интегрируемым. В докладе предлагается частный случай автогенератора, близкого к осциллятору Пуанкаре, на примере которого основные положения теории захватывания получены в общем виде.

Выделен класс электро-механических систем, в которых целая группа квазиидентичных нелинейных осцилляторов связаны между собой через общую базу, моделируемую инерционным затухающим линейным осциллятором. Система дифференциальных уравнений, описывающая эту связанную систему, имеет вид

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i + F(x_i, \dot{x}_i) &= -\mu \ddot{y}, \\ \ddot{y} + G(y, \dot{y}) &= -\varepsilon \sum_{i=1}^n \ddot{x}_i \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned}$$

где  $x_i$  – координаты осцилляторов,  $y$  – координата базы. Показано, что в таких системах возможна синхронизация осцилляторов внешним сигналом – одинаковым воздействием на каждый из них общей базы. Эта синхронизация представляет собой явление коллективного захватывания. Классический пример – это синхронизация Гюйгенса [3], когда синхронизируются часы (маятники с подкачкой энергии), подвешенные на жесткую тяжелую балку. В случае, когда осцилляторы синхронизованы и по частоте и по фазе, они оказывают сильное воздействие на базу. Такой режим синхронизации называется опасным, поскольку в реальных системах он может приводить к большим колебаниям (а в некоторых случаях и к разрушениям) механических конструкций. В докладе обсуждаются математические аспекты этого режима на примере поперечных колебаний мостов [4].

### Список литературы:

[1] Белых В.Н. Захватывание частоты. // Физическая энциклопедия. Т. 2. – 1990. – М.: Советская энциклопедия. – С. 59–60.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15–01–08776).

- [2] Андронов А.А., Витт А.А., К теории захватывания Ван дер Поля.// Андронов А.А. Собрание трудов. – 1956. – М.: АН СССР
- [3] Belykh V.N., Pankratova E.V., Shilnikov Chaos in Oscillators With Huygens Coupling.// Int. J. Bifurcation Chaos. 24:8 (2014):1440007
- [4] I. Belykh, R. Jeter, and V. Belykh, Wind-Induced Synchrony Causes the Instability of a Bridge: When Millennium Meets Tacoma.// Abstracts of SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird, Utah, USA, May 17-21. – 2015. SIAM Publishing. – P. 125.