

УДК 517.9

О.Н. Кашеева, к.ф.-м.н, старший преподаватель, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

ПРИМЕР ДИКОГО АТТРАКТОРА В ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ¹

Ключевые слова: гомоклинические орбиты, дикий аттрактор, хаос Шильникова.

В докладе рассматривается осциллятор тремя состояниями равновесия. Он служит моделью маятника с подвижной базой, совершающего колебания в неоднородном поле двух постоянных магнитов. Указан диапазон параметров системы, необходимый для существования дикого странного аттрактора.

Рассмотрим систему осцилляторов типа Ван-дер-Поля-Дуффинга с гюйгенсовской связью

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i + \lambda f(x_i, \dot{x}_i)\dot{x}_i + g(x_i) &= -\varepsilon\ddot{y}, \\ \ddot{y} + h\dot{y} + \Omega^2 y &= -\frac{\varepsilon}{2}\sum_{i=1}^2 \ddot{x}_i \end{aligned} \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Здесь $f(x_i, \dot{x}_i) = (x_i^2 - 1)^2 + 2\dot{x}_i^2 - a$, $g(x_i) = x_i^3 - x_i$; $\lambda, h, \Omega, \varepsilon$ – положительные параметры. В случае полной синхронизации $x_1(t) = x_2(t) = x(t)$, $\dot{x}_1(t) = \dot{x}_2(t) = \dot{x}(t)$ система (1) сводится к четырехмерной нелинейно связанной системе:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \quad (1 - \varepsilon^2)\dot{u} + \lambda f(x, u)u + g(x) - \varepsilon(hv + \Omega^2 y) = 0 \\ \dot{y} &= v \quad (1 - \varepsilon^2)\dot{v} + hv + \Omega^2 y - \varepsilon(\lambda f(x, u)u + g(x)) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Система (2) имеет три состояния равновесия $O_l(x_l, 0, 0, 0)$, где $l = \overline{0, 2}$, $x_0 = 0, x_1 = -1, x_2 = 1$. При малых значениях параметра ε состояния равновесия $O_{1,2}(\mp 1, 0, 0, 0)$ являются седлами, а начало координат $O_0(0, 0, 0, 0)$ – это седло-фокус с одномерным неустойчивым многообразием W_{loc}^u и трехмерным устойчивым многообразием W_{loc}^s . При

$$h^2 + 2h\lambda(1 - a) < 4(1 - \varepsilon^2) \quad (3)$$

седловая величина положительна, т.е. седло-фокус O_0 удовлетворяет условию Шильникова ([1],[2]).

С помощью метода двумерных систем сравнения (см., например [3],[4]) доказано существование бифуркационной поверхности $a = a^*(\lambda, h, \Omega, \varepsilon)$, соответствующей гомоклинической восьмерке, что при условии на параметры (3) приводит к возникновению дикого странного аттрактора.

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15-01-08776).

Список литературы:

- [1] Shilnikov, L.P. A case of the existence of a denumerable set of periodic motions.// Sov. Math. Dokl. 6 (1965). – P. 163–166.
- [2] Shilnikov, L.P. & Shilnikov, A.L. Shilnikov bifurcation.// Scholarpedia. 2(8) (2007): 1891.
- [3] Belykh, V.N. Homoclinic and heteroclinic orbits of a family of multidimensional dynamical systems.//Proc. of the Steklov Inst. Math. “Dynamical systems and related topics: collections of articles. To the 60-th anniversary of academician D.V. Anosov”. 216 (1997). – P. 14–26.
- [4] Belykh V.N., Pankratova E.V., Shilnikov Chaos in Oscillators With Huygens Coupling.// Int. J. Bifurcation Chaos. 24:8 (2014):1440007