ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК
Интернет журнал широкой научной тематики.
Выпуск 5, 2016 г.
ISBN 978-5-901772-51-0

УДК 517.925/926

Киняпина М.С. старший преподаватель, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.
Шестерикова Н.В. доцент, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

БИФУРКАЦИЯ ГОМОКЛИНИЧЕСКИХ ОРБИТ В СЕМЕЙСТВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ СИСТЕМ[1]

Ключевые слова: нелинейные трехмерные системы, странный аттрактор, бифуркация.

Рассматривется нелинейная система общего вида с симметрией приводящаяся к нормальной форме системы Лоренцевского типа. Доказывается существование бифуркации гомоклинических орбит, приводящей к рождению счетного числа периодических циклов.

Рассмотрим обобщенную систему нелинейных трехмерных систем вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = H_y + \lambda p(x,y,z) \equiv P, \\ \dot{y} = -H_x + \lambda q(x,y,z) \equiv Q, \\ \dot{z} = f(z) + \alpha r(x,y) \equiv R. \end{cases} \tag{1}$$

где α, λ неотрицательные параметры [1].

В системе (1) $H(x,y,z)$ – функция Гамильтона, имеющая следующий вид:

$$H(x,y,z) = h(x,y) + \beta r(x,y) \cdot z$$

Для остальных функций выполняются следующие условия:

$$P(0,0,z) = 0,\ \ Q(0,0,z) = 0,\ r(0,0) = 0,\ h(0,0) = 0,\ f(0) = 0,$$
$$f(z) \cdot z < 0,\ z \neq 0,\ f'(0) < 0.$$

Для данной системы основной результат может быть сформулирован в виде теоремы [2].

Теорема. При прохождении точки параметров ($\alpha > 0, \lambda > 0$) из области ($\alpha > 0, \lambda = 0$) в область $(\alpha = 0, \lambda < 0)$ одномерное неустойчивое многообразие W_0^U седлового цикла либо попадает на устойчивое многообразие седлового состояния равновесия, образуя гетероклиническую орбиту, либо возвращается в седло, образуя гомоклиническую кривую.

Рассмотрим частный случай системы (1), который получается при

$$h(x,y) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2},\ r(x,y) = \frac{x^2}{2},\ p = 0,\ q = -y,\ f = -kz,$$

Тогда получим систему:

[1] *Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-08776)*

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = \left(1 - \beta z - x^2\right)x - \lambda y, \\ \dot{z} = -kz + \dfrac{\alpha}{2}x^2. \end{cases} \qquad (2)$$

функция Гамильтона которой имеет вид:

$$H(x,y,z) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \beta \cdot \frac{x^2}{2} \cdot z$$

Это система сводится к трехпараметрической системе Лоренцевского типа записанной в нормальной форме . Для нее получены результаты:

1) Система (2) обладает симметрией $(x, \mathrm{y}, z) \longleftrightarrow (-x, -y, z)$.

2) Система (2) при $k > 0$ имеет три состояния равновесия : начало координат O – седловая точка с одномерным неустойчивым многообразием W_0^u, и еще два симметричных состояния равновесия, которые сливаются с O. При $\delta = 0$ система (2) имеет устойчивое интегральное многообразие $W_0^S : \{z = 0\}$ с динамической системой на нем вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \left(1 - x^2\right)x - \lambda y \end{cases}$$

3) Существует бифуркационная поверхность $g(k, \delta, \lambda) = 0$ такая, что $g(k, 0, 0) = 0$ соответствует двум симметричным гомоклиническим контурам (петлям), образованным W_0^u [2].

4) При $\delta > 0$ стандартный аттрактор Лоренца появляется, когда неустойчивое многообразие W_0^u попадает на устойчивые $2d$ - многообразия двух симметричных седловых циклов, рожденных из «гомоклинической бабочки». Рождение этой «гомоклинической бабочки» приводит к появлению хаотического множества траекторий [2].

5) Бесконечное множество бифуркаций сопровождает переход как от различных типов аттракторов Лоренца так и других множеств притягивающих предельных множеств, которые демонстрируют различные типы квазиаттракторов.

Полученные результаты позволяют сформулировать следующую теорему:

Теорема. Существует бифуркация двух гомоклинических орбит, в результате которой в системе появляется нетривиальная гиперболическая компонента неблуждающего множества, содержащая счетное число седловых периодических орбит.

Список литературы:

[1} Belykh V. N. Homoclinic and heteroclinic linkages in concrete systems: nonlocal analysis and model maps //Translations of the American Mathematical Society-Series 2. – 2000. – Т. 200. – С.51-62.

[2] В.Н.Белых, М.С.Киняпина, Н.В.Шестерикова Бифуркации гомоклинической восьмерки в семействе систем Лоренцевского типа/ «Вестник Волжской государственной академии водного транспорта». 2015. – вып.№44. с.