ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК
Интернет журнал широкой научной тематики.
Выпуск 5, 2016 г.
ISBN 978-5-901772-51-0

517.925/.926

И.А. Мордвинкина, *старший преподаватель, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”*
603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

СТРАННЫЙ СИНГУЛЯРНО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ АТТРАКТОР ДВУХ СВЯЗАННЫХ КУСОЧНО-ГЛАДКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ[1]

Ключевые слова: многомерные отображения, семейства связанных отображений, аттрактор

В докладе рассматриваются связанные отображения. Получены условия гиперболичности для семейств индивидуальных многомерных отображений, которые затем применены к системе связанных отображений. Доказано сохранение свойств гиперболичности для рассматриваемого класса связанных отображений.

Рассматривается семейство отображений $f\colon R^m \to R^m$ вида:

$$\bar{x} = f(x), \tag{1}$$

где $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$, $f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{pmatrix}$- гладкая вектор-функция с ограниченными частными производными, т.е. для $x \in \widetilde{D} \subset R^m$ выполнено $\left|\frac{\partial f_j}{\partial x_k}\right| \le M,\ \ j,k = \overline{1,m}.$

В качестве семейства связанных отображений рассматривается система отображений

$$\overline{x^i} = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_{ik}\, P f(x^k),\ \ i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

где $x^i = \begin{pmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ \vdots \\ x_m^i \end{pmatrix}$, $E = (\varepsilon_{ik}) -\ n \times n$ матрица такая, что $\varepsilon_{ii} = 1 - (n-1),\ \ i = \overline{1,n}\ ;\ \varepsilon_{ik} = \varepsilon,\ \ i \ne k;$

$P = \left(p_{j_1 j_2}\right) -\ m \times m$ матрица составленная из нулей и единиц, черта в (2) означает образ.

В матрице P, если $p_{j_1 j_2} = 1$, то это означает, что образы координат $x_{j_1}^i$ связаны с образами относительно (1) координат $x_{j_2}^i$, $j = \overline{1,m}\,, i = \overline{1,n}.$ Предполагается P - единичная матрица.

Для отображения (2) справедлива следующая

<u>Теорема 1</u> Линейное многообразие $L = \{x^1 = x^2 = \cdots = x^n\}$ является инвариантным для отображения (2) и при $\frac{1}{n} - \frac{1}{mnM} < \varepsilon < \frac{1}{n-1}$ многообразие L глобально асимптотически устойчиво.

Рассмотрим частный случай

---

[1] *Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-08776)*

$$\begin{cases} \bar{x} = x + \sum_{J=1}^{m-1} y_j - ag(x), \\ \bar{y_J} = \lambda_j\big(-b_j g(x) + y_j\big), \end{cases} \qquad (3)$$

где $x, a, y_j, b_j, \lambda_j -$ скаляры, $j = \overline{1, m-1}$, $g(x)$ −скалярная функция. Отображение (3) относится к классу отображений с «одной нелинейностью».

В случае, когда $g(x) -$ непрерывная, кусочно – гладкая функция с особенностями в критических точках доказана

Теорема 2 Существует число λ_0 такое, что при $\max_j \lambda_j = \lambda^+ < \lambda_0$ отображение (3) имеет поглощающую область

$D = \left\{\big(x, y_j\big): x^- < x < x^+, y_j^- < y_j < y_j^+, j = \overline{1, m-1}\right\}$ и, следовательно, это отображение имеет аттрактор $A \subset D$.

Доказано утверждение о гиперболичности аттрактора A.

Теорема 3 Существуют числа $0 < \lambda_0 < 1$ и $h_0 > 1$, такие, что, если $\max_j \lambda_j = \lambda^+ < \lambda_0$ и $h > h_0$, то отображение (3) имеет гиперболический странный аттрактор.

При выполнении условий, обеспечивающих существование области диссипации D и гиперболичности отображения (3) справедлива следующая

Теорема 4 Пусть система (2) представляет систему n связанных отображений вида (3) тогда:

1) при выполнении условий теоремы 2 отображение (2) при $0 < \varepsilon < \frac{1}{n-1}$ имеет область диссипации $D^n = D \times D \times \ldots \times D$;

2) отображение (2) имеет линейное многообразие $L = \{X^1 = X^2 = \cdots = X^n\}$, $X^i = column(x^i, y_{1,}^i y_2^i, \ldots, y_{m-1}^i)$, которое при $\frac{1}{n} - \frac{1}{n(1+H(1+\sum\lambda_j))} < \varepsilon < \frac{1}{n-1}$, где $H = \max_{(x,y_j)\in D} g^{'}(x) > 1$, $j = \overline{1, m-1}$ является глобально асимптотически устойчивым;

3) при выполнении условий теоремы 3 аттрактор системы (2) на многообразии L является странным гиперболическим аттрактором.

Список литературы:

1. В.Н. Белых, Н.К. Комраков, Б.С. Украинский, Н.А. Урусова. Об условиях существования гиперболических странных аттракторов на синхронном многообразии в системе связанных многомерных идентичных отображений. Вестник ВГАВТ. 2005. Вып.14. С. 36-42.

2. V.Belykh, N. Komrakov, B. Ukrainsky. Hyperbolic attractors in a family of multidimensional maps with cusp-points. Proc. of int. conf. "Progress in nonlinear science" dedicated to the 100-th anniversary of A. Andronov. Nizhny Novgorod. 2001. Pp. 23-24 .