ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК
Интернет журнал широкой научной тематики.
Выпуск 5, 2016 г.
ISBN 978-5-901772-51-0

УДК 519.987

Д.И. Коган, д.т.н., профессор ФГБОУ ВО «МТИ»
К.С. Ульянов, аспирант ФГБОУ ВО «МТИ»
107996, Москва, ул. Стромынка, 20
Ю.С. Федосенко, зав. кафедрой, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО «ВГУВТ»
603950, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА РАСПИСАНИЙ ДВУХСТАДИЙНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ПОТОКА ОБЪЕКТОВ

Ключевые слова: теория расписаний, вычислительная сложность, динамическое программирование

Рассматривается модель двухстадийного обслуживания n-элементного детерминированного потока объектов. На первой стадии обслуживание объектов осуществляется процессором P_o. Каждый объект после обслуживания этим процессором направляется для прохождения второй стадии обслуживания одним из процессоров пространственно рассредоточенной системы $\{P_1, P_2, ..., P_n\}$, с каждым из которых ассоциируется монотонно возрастающая от момента завершения обслуживания направленного к нему объекта функция штрафа. Требуется синтезировать расписание обслуживания потока объектов, минимизирующее суммарный штраф.

Изучаемая проблема возникла при создании компьютерных средств поддержки оперативного управления подачей судов под погрузку к плавучим комплексам (ПГК), осуществляющим добычу нерудных строительных материалов (НСМ) в крупномасштабных районах внутренних водных путей РФ. В период разворота навигации суда выходят из баз отстоя и, выполняя бункеровку топливом, направляются под погрузку НСМ в пункты дислокации ПГК [1, 2]. Основная задача диспетчера заключается в выработке такой стратегии подачи судов под погрузку, при которой минимизируются экономические потери, связанные с их непроизводительными простоями.

Стационарный процессор $P_{\text{о}}$ должен обслужить поток $O_n = \{o_1, o_2, \dots, o_n\}$ поступающих в дискретном времени объектов. Объекты, прошедшие обслуживание процессором $P_{\text{о}}$, направляются в пространственно рассредоточенную систему $\boldsymbol{P}$ процессоров $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$: каждому обслуживающему процессору системы $\boldsymbol{P}$ назначается только один объект; каждому объекту потока O_n назначается только один процессор системы $\boldsymbol{P}$, с каждым из которых ассоциирована монотонно возрастающая от момента завершения обслуживания назначенного объекта функция индивидуального штрафа. Требуется составить расписание обслуживания всех объектов потока O_n, минимизирующее величину суммарного штрафа. Каждый объект потока O_n принадлежит одному из классов: $K_1, K_2, \dots, K_m$. Указанную принадлежность определяет функция $\beta(i)$, принимающая значения на множестве $\{1, 2, \dots, m\}$. Для каждого процессора P_i, $i = \overline{1,n}$ известен перечень W_j, $j = \overline{1,n}$ классов объектов, любой из которых он способен обслужить. Для каждого объекта o_i, $i = \overline{1,n}$ считается заданным обозначаемый как $t(i)$

момент времени поступления в систему обслуживания (считается, что $0 = t(1)$ □ $t(2)$ □ ... □ $t(n)$). При этом □(α) – нормативная продолжительность обслуживания процессором P_o любого из объектов класса K_α; $s_{\alpha j}$ – время, нормативная длительность перемещения объекта класса K_α от процессора P_o к процессору P_j, $\alpha = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$. Для каждого процессора P_j заданы: □(α, j) – продолжительность обслуживания объекта класса K_α, $\alpha = \overline{1,m}$ и $\psi_j(t)$ – неубывающая функция индивидуального штрафа по объектам этого класса, где t – момент завершения обслуживания, $j = \overline{1,n}$. Время считается дискретным, измеряемым в тактах; все числовые параметры конструируемой модели обслуживания считаем целочисленными. Полагается, что процессор P_o готов к обслуживанию объектов потока O_n, начиная от момента времени $t = 0$. Обслуживание каждого объекта реализуется без прерываний, любой объект o_i может быть начат обслуживанием не ранее момента времени $t(i)$, $i = \overline{1,n}$, одновременное обслуживание процессором нескольких (более одного) объектов невозможно. Стратегию обслуживания определим как кортеж $S = \{[q(k), r(k)],\ k = \overline{1,n}\}$, где q и r – взаимно однозначные отображения множества $\{1, 2, ..., n\}$ в себя; $q(k)$ – индекс объекта, являющегося k-м по порядку в последовательности обслуживания потока O_n процессором P_o; $r(k)$ – индекс процессора, к которому данный объект направлен. Стратегию S именуем допустимой, если для каждого $k = \overline{1,n}$ имеет место $K_{\beta(q(k))}$□$W_{r(k)}$. Далее без дополнительных оговорок будут рассматриваться только допустимые стратегии. Реализации стратегий считаем компактными [3]. В таком случае для любой стратегии S и любого процессора P_j арифметически определяется обозначаемый через $t^*(S, j)$, $j = \overline{1,n}$ момент завершения обслуживания этим процессором назначенного объекта. С каждой стратегией S ассоциируется величина $\sum_1^n \psi_j(t^*(S, j)$ – суммарного штрафа при её реализации. Соответственно возникающая оптимизационная задача записывается в виде

$$\min_S \sum_1^n \psi_j(t^*(S, j) \qquad (1)$$

Задача (1) может быть решена методом динамического программирования или по схеме ветвей и границ. Очевидно, что при обслуживании объектов потока O_n управленческие решения принимаются для тех моментов времени, когда процессор P_o свободен; каждое такое решение состоит в определении, какой объект будет обслуживаться следующим и к какому процессору системы $\boldsymbol{P}$ он будет направлен. При этом текущая ситуация вполне характеризуется тройкой (t, N, M), где t – момент, для которого принимается решение (в этот момент процессор свободен); $N = (n_1, n_2, \dots, n_m)$ – m-мерный вектор, i-я координата которого равна количеству объектов i-го класса, $i = \overline{1,m}$, которые по состоянию на момент времени t прибыли, но пока не обслужены назначенным процессором системы $\boldsymbol{P}$; M – множество индексов процессоров, к которым еще не направлены предназначенные для обслуживания объекты. Введенные тройки называем состояниями системы. Для решения задач (1) методом динамического программирования вводим в рассмотрение функцию Беллмана $B(t, N, M)$, величина которой при заданных значениях аргументов равна минимально возможному суммарному штрафу в реализациях стратегий, переводящих систему из ее начального состояния в состояние (t, N, M). Начальное состояние системы определяется тройкой $(0, N^o, \{1, 2, ..., n\})$, где N^o – вектор, определяющий совокупность прибывших, но не обслуженных на момент времени 0 объектов. В процессе выполнения алгоритма решения задачи (1) значения функции $B(t, N, M)$ вычисляются для реализуемых значений пар (t, N) в порядке убывания числа элементов в множестве M. Независимо от значения первого аргумента состояние (t, N, M) относится к числу финальных, если M – пустое множество или, что то же самое, вектор N является нулевым. Минимальное из найденных значений функции Беллмана для финальных состояний – искомое значение оптимальное значение суммарной функции штрафа. Третий аргумент функции Беллмана в процессе счета принимает 2^n различных значений, чем предопределяется экспоненциальная вычислительная сложность изложенного алгоритма синтеза оптимальной стратегии обслуживания S^*; заметим, что по стратегии S^* расписание обслуживания потока O_n определяется арифметически. Отметим, что задача (1), является обобщением рассмотренной в [3] задачи диспетчеризации, которая относится к числу *NP*-трудных [4]. Данное обстоятельство исключает возможность конструирования решающих алгоритмов для задачи (1) принципиально более простых, т.е. обладающих полиномиальной вычислительной сложностью [5]).

Итак, мы представили в работе математическую модель двухстадийного обслуживания *n*-элементного детерминированного потока объектов и поставили оптимизационную задачу синтеза оптимального стратегии (расписания) двухстадийного обслуживания потока объектов, соответствующего ситуациям, в условиях которых осуществляется оперативное планирование подачи грузовых судов под погрузку к ПГК в крупномасштабных русловых районах внутренних водных путей РФ в период разворота навигации. Нами показано, что алгоритм решения задачи характеризуется экспоненциальной вычислительной сложностью, а задача построения расписания обслуживания, обеспечивающего минимизацию величины суммарного штрафа по всем объектам, является *NP*-трудной. Данное обстоятельство для рассматриваемой прикладной проблемы не является критическим, поскольку в известных производственных системах количество стационарных объектов не превышает 13-15 единиц, что позволяет осуществлять построение оптимального расписания в пределах нескольких десятков минут. Вместе с тем, другие производственные приложения рассмотренной математической модели могут отличаться существенно бóльшим количеством объектов и для решения соответствующих оптимизационных задач потребуется реализация эвристических подходов, отмеченных, частности, в работе [4, 5]. В качестве обобщения рассмотренной оптимизационной задачи прикладной интерес представляют её модификации, учитывающие директивные сроки обслуживания, два и более критериев оценки качества расписаний обслуживания.

Статья подготовлена по результатам исследований, выполненных при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 15-07-03141.

Список литературы:

[1] Коган Д.И., Федосенко Ю.С., Дуничкина Н.А. Бикритериальные задачи обслуживания стационарных объектов в одномерной рабочей зоне процессора. // Автоматика и телемеханика. 2012, №10. С. 93-110.
[2] Коган Д.И., Пушкин А.М., Дуничкина Н.А., Федосенко Ю.С., Задачи диспетчеризации обслуживания стационарных объектов в одномерной рабочей зоне процессора // Автоматика и телемеханика. 2016, № 4. С. 67–83.
[3] Коган Д.И., Федосенко Ю.С. Задача диспетчеризации: анализ вычислительной сложности и полиномиально разрешимые подклассы // Дискретная математика. 1996. Т. 8, №3. С. 135 – 147.
[4] Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. –М.: Мир, 1982. – 416 с.
[5] Танаев В.С., Гордон Я.М., Шафранский В.С. Теория расписаний. Одностадийные системы. –М.: Наука, 1984. – 382 с.

A PROBLEM OF THE SCHEDULES GENERATION
FOR TWO-STAGE SERVICING OF DETERMINED OBJECTS STREAM

D.I. Kogan D.I., K.S. Ulyanov, Yu.S. Fedosenko

Keywords: schedule theory; computational complexity; dynamical programing

The model of the two-stage servicing of deterministic n-element stream of objects is considered. In the first stage, objects are serviced by P0 processor. Every object after its servicing by this processor is sent to the second stage, where it is served by one of processors of spatially dispersed system $\{ P_1, P_2, \ldots, P_n\}$. Each of these processors has monotonically increasing penalty function that depends on the end time of object service at second stage which was directed to it. The task is to generate schedule for service of objects which will minimize additive penalty.