ISBN 978-5-901722-54-1

УДК 629.12.001.2: 656.66.

А.Ф. Беленов, к.ф.-м.н.,доцент ГБОУ ДПО НИРО
603600 г. Нижний Новгород, ул. Ванеева,203

ОБУЧЕНИЕ КУЛЬТУРЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ПРЕДМЕТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРАКТИКЕ ФИЗИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Ключевые слова: моделирование, межпредметные связи, УМК «Живая физика», относительные движения, приливные воздействия.

В статье рассматриваются примеры решения нестандартных физических задач, иллюстрирующие различные способы математического и предметного моделирования:

1. Метод «обращения времени» в задачах кинематики.
2. Графические методы решения задач кинематики и динамики.
3. Метод ограничительных неравенств.
4. Демонстрационный эксперимент, как мотивация для постановки и решения физических задач.
5. Использование программного продукта «Живая физика» для наглядного моделирования физических и астрономических явлений.

Результаты международного тестирования PISA [1] свидетельствуют о достаточно низких показателях (между 30 и 40 местом) как по математической, так и по естественнонаучной грамотности учащихся. По мнению автора данной статьи, снижение интереса школьников к изучению физики и математики в значительной степени связано с формализованностью процесса обучения точным наукам: заучивание формул и последующее натаскивание на решении задач «по формулам». Понимание, что обучение физике – это обучение культуре предметного и математического моделирования, практически отсутствует. Работая, как учитель физики в научно - образовательном центре при ИПФ РАН и в системе повышения квалификации в Нижегородском институте развития образования, автор сделал ряд методических разработок в направлении различных способов научного моделирования. В данной статье представлены примеры некоторых авторских разработок, как в виде различных подходов к решению задач, так в виде демонстрационных экспериментов и анимационных моделей в среде «Живая физика».

Метод «обращения времени» в задачах кинематики

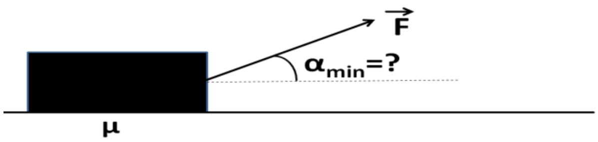
Одна из задач, часто встречающаяся в практике подготовке к ЕГЭ [2], формулируется так: «За последние Δ t секунд шарик, падая вертикально вниз, пролетел S метров. С какой высоты упал шарик?» Стандартное решение этой задачи – это либо введение промежуточных координат $x_{1,2}$ и моментов времени $t_{1,2}$, либо введение промежуточных скоростей $v_{1,2}$. Индексы «1» и «2» соответствуют Далее, задача решается «в несколько ходов»: записываются уравнения движения для $x_{1,2}(t)$ или для $v_{1,2}(t)$ и, после преобразования системы уравнений подставляются данные условия задачи для нахождения искомой высоты H. Более рациональный прием решения можно назвать «время вспять» - заменим t на –t. Тогда шарик с конечной скоростью v_o взлетает вверх до высоты H, пройдя за время Δ t путь S: S=$\mathbf{v_0}$ Δt - g $(\Delta t)^2/2$ В «один ход» находим скорость $\mathbf{v_0}$ и, далее – высоту H: H=$v_0^2/2g$.

Графические методы решения задач кинематики и динамики

На одной из школьных математических олимпиад старшеклассникам была предложена задача: «В ходе строительства дороги при 8 – часовом рабочем дне скорость укладывания полотна была 15 метров в час, а скорость последующей разметки – 5 километров в час. Но каждую ночь шли дожди, и разметку смывало. Какова максимальная длина уложенного полотна с разметкой, после чего продолжение строительства дороги будет невозможно?». Рекомендуемый способ решения задачи основывался на использовании свойств геометрической прогрессии. Ниже предлагается графический способ решения задачи, основанный на модели равномерного и прямолинейного движения рабочих при укладывании полотна и последующей разметки. Данная модель иллюстрируется графиком ниже:

Анализ графика отчетливо показывает, что продолжение строительства дороги не будет возможным поле того, как на разметку будет уходить весь 8 – часовой день. Тогда максимальная длина полотна равна 8·5 = 40 километров.

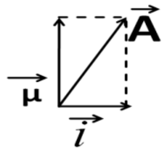
Одна из задач школьной физической олимпиады (имеющая известный практический оттенок) формулируется так: «Санки пытаются сдвинуть с места с помощью веревки, наклоненной под углом α к горизонту. При каком α_{min} необходимая сила тяги F вдоль веревки будет наименьшей? Коэффициент трения μ считать известным». Традиционный способ решения задачи предполагает нахождение силы тяги F из условий равновесия, как функцию α, и нахождение α_{min} , минимизируя F: dF/dα = 0. Авторский способ решения данной задачи иллюстрируется рисунком ниже:



Fcosα =μ(mg - Fsin α)

$$\vec{F}\vec{A} = \mu mg$$

tgα=μ



Следствием условия равновесия является постоянство скалярного произведения вектора силы F и введенного вектора, модуль которого равен A, с координатой по горизонтали, равной единичному вектору , и с координатой по вертикали равной μ. Тогда минимальная сила F достигается при параллельности двух вышеназванных векторов, откуда следует, что tgα =μ.

Метод ограничительных неравенств

Одна из задач, предлагаемая учащимся для подготовки к ЕГЭ [3], предполагает исследование электрической цепи с сильно нелинейным элементом – светодиодом, вольтамперная характеристика которого изображена ниже:

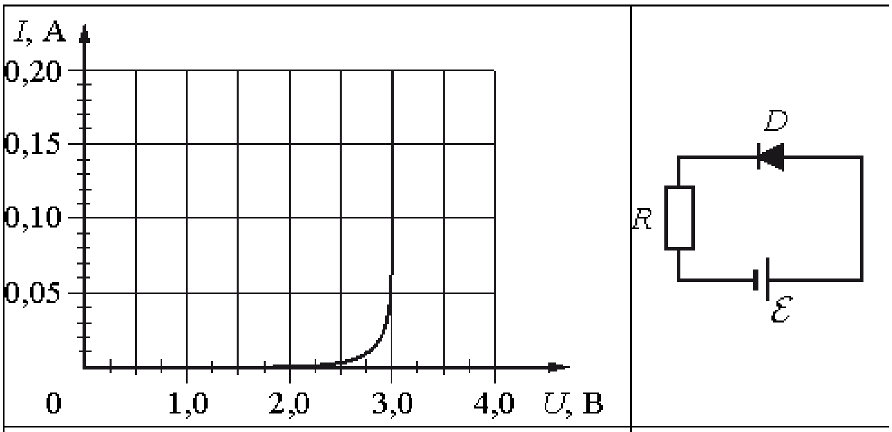


Рис. 1 Рис. 2

«Известна сила тока (0,1 А) при ε = 6 В. Требуется найти силу тока в цепи при ε = 4,5 В (внутреннее сопротивление источника =0).» Решение, приведенное авторами указанного выше сборника, по мнению автора статьи, похоже на «угадывание ответа». Нестандартность задачи состоит в том, что не дана аналитическая зависимость I (U) для светодиода. Автор предлагает решение задачи с помощью неравенств:

$$4.5 - 30\cdot I \le 3 \rightarrow I \ge 0.05 \rightarrow 4.5 - 30\cdot I = 3 \rightarrow I = 0{,}05A$$

Краткое пояснение написанных выше соотношений:

1) из условия задачи можно найти сопротивление R: напряжение на R при ε = 6 В и

I = 0,1А равно: ε-3В = 3В. Тогда R = 3/0,1 =30 Ом;

2) при ε = 4,5 В напряжение на диоде не может быть больше 3 В (неравенство слева);

3) решение вышеназванного неравенства приводит к неравенству для силы тока: I≥0.05А, но при такой силе тока U =3В;

4) находим искомую силу тока: I = (ε -U)/R = 1,5/30 = 0,05А

Последние два раздела аннотации (демонстрационный эксперимент, как мотивация для постановки и решения физических задач, использование программного продукта «Живая физика» для наглядного моделирования физических и астрономических явлений) автор объединил в рамках задачи – оценки «Высота однородной атмосферы».

Сначала приведем решение классической задачи школьного курса физики об абсолютно упругом соударении двух шариков разных масс. Следует отметить, что по результатам ЕГЭ с 2009 по 2016 год, учащиеся почти не владеют способом решения этой классической задачи.

$$\frac{mv_0^{\,2}}{2} + \frac{MV_0^{\,2}}{2} = \frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$mv_0 + MV_0 = mv + MV$$

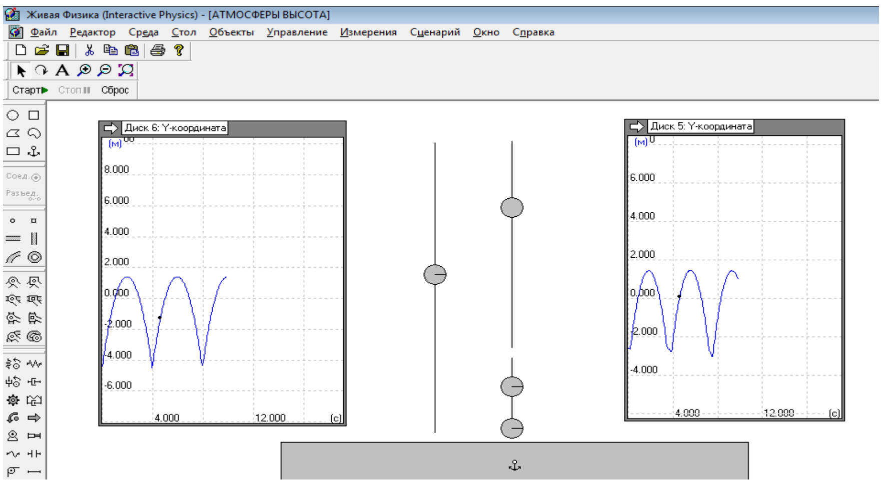
Здесь v_0 и v –горизонтальные проекции скоростей шарика массы m до и после удара; V_0 и V – горизонтальные проекции скорости шарика массы M до и после удара. Решение данной системы уравнений для скоростей после удара:

$$V = \frac{2mv_0 + (M - m)V_0}{m + M}$$

$$v = \frac{2MV_0 + (m - M)v_0}{m + M}$$

Для случая соударения равных масс: m = M решение дает «обмен скоростями»:
$v = V_0$; $V = v_0$

Весьма уместен демонстрационный эксперимент, в частности, с использованием бифилярного подвеса (маятники, каждый из которых состоит из двух нитей, расположенных чаще всего вертикально, на каждым из которых симметрично подвешивается 2 стальных шарика). При отклонении одного из маятников на угол α, последующего его движения вниз и столкновения с неподвижным шариком, второй маятник отклонится на тот же угол α. А теперь смоделируем движение молекул в атмосфере, как одномерное движение по вертикали абсолютно упругих шариков одинаковой массы. Представим себе молекулу массы m, которая «стартовала» от поверхности Земли с тепловой скоростью $v = (3kT/m)^{0,5}$ (T – абсолютная температура, k – постоянная Больцмана). Пройдя длину свободного пробега, она обменяется скоростью со своей соседкой, которая, в свою очередь, сделает то же самой с выше расположенной молекулой. Наибольшая высота подъема самой верхней молекулы будет точно такая же, как и в случае движения самой первой молекулы, как свободной частицы. Наглядную иллюстрацию этой модели можно сделать в программной среде «Живая физика» [5]. Ниже приведен результат применения данной программы для вертикального полета вверх одной молекулы и тех молекул:



Вертикальные линии показывают траектории молекул, графики показывают зависимость высоты подъема от времени. Анализ данного интерфейса показывает, что наибольшие высоты подъема одинаковы для молекулы, летящей вверх без соударений и для самой верхней молекулы при упругих соударениях с соседями. Тогда, если под высотой однородной атмосферы понимать наибольшую высоту подъема молекул в поле тяжести, то эта высота будет равна $v^2/2g$, где g – ускорение свободного падения. Для условий Земли тепловая скорость молекул вблизи поверхности при нормальных условиях примерно равна 500 м/с . Тогда высота однородной атмосферы будет равна (g считаем постоянной) 12, 75 км. При более строгом решении задачи [5] (выводе барометрической формулы) результат отличается от нашей оценки множителем 1,5. Такое соответствие можно считать приемлемым, ввиду большого количества принятых допущений.

В заключении, хотелось бы резюмировать следующее. В данной статье автор сделал попытку представить разные способы математического, предметного и компьютерного моделирования физических явлений, которые для студентов и школьников находят свою реализацию в физических задачах, программном обеспечении и лабораторном практикуме. Надеемся, что авторский опыт работы будет полезен кругу преподавателей, занимающихся физическим образованием.

Список литературы:

[1] А.Ю. Пентин. Мы опять провалились в PISA. Журнал Муниципальное образование и эксперимент, выпуск 6, 2010 .

[2] М.Ю Демидова и др. ЕГЭ 2010. Сборник экзаменационных заданий. Москва. ЭКСМО, 2010

[3] ЕГЭ 2016. Типовые экзаменационные варианты. Под ред. М.Ю. Демидовой. Москва. Национальное образование. 2016.

[4] Л.Д. Ландау и др. Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. Издательство «Наука», Москва, 1969

[5]Программа Живая физика. Сайт http://www.rene-edu.ru/catalog/kabinet-fiziki/zhivaya_fizika_uchebno_metodicheskiy_komplekt/

EDUCATION AND SUBSTANTIVE MATHEMATICAL MODELING IN THE PRACTICE OF PHYSICAL EDUCATION

A.F. Belenov

Key words: simulation, «Interactive Physics", interplay between different science topics, relative motion, tidal effects.

The article discusses examples of solutions to non-standard physics problems, illustrating a variety of mathematical methods and simulation subject:

1. *The method of "time reversal" in problems of kinematics.*
2. *Graphic methods for solving problems of kinematics and dynamics.*
3. *The method of bounding inequalities.*
4. *Demonstration experiment as motivation for the formulation and solution of physical problems.*
5. *The use of the software " Interactive Physics " for visual simulations of physical and astronomical phenomena*