



УДК 517.925/928

Н.В. Барабаш, аспирант ФГБОУ ВО «ВГУВТ»
603951, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

ИНВАРИАНТНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ФАЗОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Ключевые слова: осцилляторы, инвариантные многообразия, кластеры, кольцо

В докладе рассматривается десятимерная система идентичных фазовых осцилляторов Курамото с инерцией, связанных по топологии «кольцо». Доказывается существование локально устойчивых инвариантных многообразий, определяющих наличие кластеров

Рассмотрим ансамбль идентичных фазовых осцилляторов Курамото с инерцией, связанных по топологии «кольцо». Исходная система порядка $2N$ имеет вид

$$L\varphi_i = \sin(\varphi_{i+1} - \varphi_i - \alpha) + \sin(\varphi_{i-1} - \varphi_i - \alpha) - \sin \alpha, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где $L = \beta \frac{d^2}{dt^2} + \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования, $\beta > 0$ – коэффициент инерции, φ_i – фаза i -ого осциллятора, $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$, $i = i + N$.

Система (1), записанная в форме Коши с координатами $(\varphi_i, y_i = \dot{\varphi}_i)$, $i = \overline{1, N}$, задана в цилиндрическом фазовом пространстве $G = \{S^N \times \mathbb{R}^N\}$.

При $N = 5$ в системе (1) существует 5 инвариантных 6-мерных многообразий $D = \{\varphi = \varphi_i, \psi = \varphi_{i+1} = \varphi_{i-1}, \theta = \varphi_{i+2} = \varphi_{i-2}\}$, динамика на которых определена системой

$$\begin{cases} L\varphi = 2 \sin(\psi - \varphi - \alpha) - \sin \alpha \\ L\psi = \sin(\theta - \psi - \alpha) - \sin(\varphi - \psi - \alpha) - \sin \alpha \\ L\theta = \sin(\psi - \theta - \alpha) - 2 \sin \alpha \end{cases} \quad (2)$$

Установлено, что в зависимости от значений параметров α и β система (2) имеет одновременно локально устойчивое состояние равновесия $O_e(\varphi^*, \psi^*, \theta^*)$ и локально устойчивые квазипериодические движения такие, что $\varphi - \psi = \tilde{\varphi}_r$, где $\tilde{\varphi}_r$ – вращательное установившееся движение, и $\theta - \psi = \tilde{\theta}_o$, где $\tilde{\theta}_o$ – колебательная траектория. В результате при $N = 5$ в симметричной системе (1) реализуются несимметричные движения, при которых 5 идентичных фазовых осцилляторов демонстрируют различное поведение, образуя 3 кластера.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-08776) и РНФ (проект 14-12-00811)

Список литературы:

- [1]. I. V. Belykh, B. N. Brister, and V. N. Belykh, Chaos 26, 094822 (2016).
- [2]. V.N. Belykh, I.V. Belykh, M. Hasler, Hierarchy and stability of partially synchronous oscillations of diffusively coupled dynamical systems, Phys. Rev. E 62 (5) (2000) 6332.

INVARIANT MANIFOLDS IN A SYSTEM OF COUPLED PHASE OSCILLATORS

N.V. Barabash

Key words: *oscillators, invariant manifolds, clusters, a ring*

We consider a ten-dimensional system of identical Kuramoto phase oscillators with inertia, connected by ring topology. The existence of locally stable invariant manifolds responsible for the presence of clusters is proved