ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК

Труды конгресса «Великие реки» 2017

Выпуск 6, 2017 г.

ISBN 978-5-901722-54-1

УДК 517.925/926

М.С. Киняпина, старший преподаватель, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603951, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.
Н.В. Шестерикова, доцент, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603951, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

АТТРАКТОРЫ И БИФУРКАЦИИ ГОМОКЛИНИЧЕСКИХ ОРБИТ В МНОГОМЕРНОЙ ФАЗОВОЙ СИСТЕМЕ

Ключевые слова: аттракторы, бифуркации, гомоклиническая восьмерка, «дикий» аттрактор

В докладе рассматривается четырехмерная многопараметрическая система. Исследуются аттракторы и бифуркации гомоклиничесих орбит. Доказывается существование дикого аттрактора с гомоклинической восьмеркой седло - фокуса

Рассматривается многопараметрическая система вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = a\,\Phi(x) + y + p_1 v_1, \\ \dot{y} = b\,\Phi(x) - \lambda \quad + p_2 v_2, \\ \dot{v}_1 = -\alpha \quad + \omega \quad_2 + \mu \quad \Phi(x), \\ \dot{v}_2 = -\omega \quad_1 - \alpha \quad + \mu \quad \Phi(x). \end{cases} \qquad (1)$$

где переменные $x, y \in {}^1$, $v \in {}^2$, $\Phi : R^1 \to {}^1$ - C^1- гладкая непрерывная функция, допускающая разрывы производных в критических точках, постоянные параметры a, b, λ p_1, p_2, μ, μ - скаляры. В данной работе приводятся результаты исследования системы в частном случае при $b =$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, $p_1 = p_2 = p$, а также $\Phi(x) = \;(- \;^2)$ и $\Phi(x) = \sin x$.

Две двумерные системы A^+ и A^- $\begin{cases} \dot{x} = a\,(\Phi(x) \pm \gamma) + y, \\ \dot{y} = (\Phi(x) \pm \gamma) - \lambda \;. \end{cases}$ являются системами сравнения для (1).

Решается задача о существовании и бифуркациях гомоклинических траекторий Пуанкаре, которые могут приводить к возникновению качественных картин типа глобальной асимптотической устойчивости (каждая траектория при $t \to$ стремится одному из состояний равновесия) или дихотомичности (каждая траектория при $t \to$ стремится к одному из состояний равновесия или уходит в бесконечность), так и сложных структур с нетривиальными гиперболическими множествами. Эти системы исследуются с помощью двумерных систем сравнения [1-3].

Рассмотрим вырожденный случай двумерной системы

$$\begin{cases} \dot{x} = a\,\Phi(x) + y, \\ \dot{y} = \Phi(x) - \lambda \;. \end{cases} \qquad (2)$$

Система (2) имеет симметрию $(x, y) \to (\;, -\;)$ и три состояния равновесия:

$O_1(0;0)$, $O_2(-1;0)$ и $O_3(1;0)$ для $\Phi(x)=x(1-x^2)$ и $O_1(0;0)$, $O_2(-\pi;0)$ и $O_3(\pi;0)$ для $\Phi(x)=\sin x$, соответственно. В случае $\Phi(x)=\sin x$ фазовое пространство цилиндрическое. Система (2) в стандартной форме имеет вид:

$$\ddot{x}+(\lambda-a\Phi'(x))\dot{x}-(1+\lambda)\cdot\Phi(x)=0. \quad (3)$$

Для $\Phi(x)=x(1-x^2)$ значения параметров из области $G_1:\{a>0, \lambda-a\Phi'(x)>0, -1-a\lambda<0\}$ $O_1(0;0)$ седловое состояние равновесия, $O_2(-1;0)$ и $O_3(1;0)$ устойчивые состояния равновесия.

В области $G_2:\{a<0, \lambda-a\Phi'(x)<0, -1-a\lambda<0\}$ $O_1(0;0)$ седловое состояние равновесия, $O_2(-1;0)$ и $O_3(1;0)$ неустойчивые состояния равновесия.

При $a=0$ и $\lambda=0$ все фазовые кривые замкнуты и существует петля сепаратрисы, охватывающая состояния равновесия O_2 и O_3 [4].

Рассмотрим функцию Ляпунова

$$V=\frac{y^2}{2}+\int_0^x\Phi(t)dt, \quad (4)$$

производная, которой в силу системы имеет вид $\dot{V}=y(-\lambda y-\Phi(x))+\Phi(x)y=-\lambda y^2<0$.

Лемма 1. Векторное поле системы (3) поворачивается по часовой стрелке при увеличении параметра λ.

Лемма 2. Система в области параметров $p^s=\{\lambda>0, a>0\}\setminus(0;0)$ глобально асимптотически устойчива, а в области параметров $p^u=\{\lambda>0, a<0\}\setminus(0;0)$ глобально асимптотически неустойчива.

При использовании полученных результатов по двумерным системам сравнения (2) получен основной результат для исходного многопараметрического семейства систем дифференциальных уравнений вида (1) [4].

Теорема. Существует область параметров, для точек которой система (1) имеет «дикий» аттрактор с гомоклинической восьмеркой седло – фокуса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-08776).

Список литературы:

[1]. Белых В.Н. Гомоклинические и гетероклинические траектории семейства многомерных динамических систем//Динамические системы и смежные вопросы: Сборник статей. К 60-летию со дня рождения академика Д.В. Аносова. – М.: Изд-во «Наука» – МАИК «Наука». – 1997. – Т. 216. – 383с. – С.20-31.

[2]. Belykh V. N. Homoclinic and heteroclinic linkages in concrete systems: nonlocal analysis and model maps //Translations of the American Mathematical Society-Series 2. – 2000. – Т. 200. – С.51-62.

[3]. Белых В.Н., Мордвинкина И.А. Сложные инвариантные множества многомерных отображений//«Вестник Волжской государственной академии водного транспорта». 2016. – вып.№49. С. 34-37.

[4]. Белых В.Н., Киняпина М.С., Шестерикова Н.В. Дикий аттрактор с гомоклинической восьмеркой седло-фокуса в четырехмерной системе//«Вестник Волжской государственной академии водного транспорта». 2016. – вып.№49. С. 30-34.

ATTRACTORS AND BIFURCATION OF HOMOCLINICAL ORBITS IN A MULTIDIMENSIONAL PHASE SYSTEM

M.S. Kinypina, N.V. Shesterikova

Key words: *attractors, bifurcations, homoclinic figure eight, "wild" attractor.*

A four-dimensional multiparameter system is considered. We investigate attractors and bifurcation of homoclinic orbits. It is reported the study of a wild attractor with a homoclinic figure - eight orbit of a saddle - focus