УДК 517.925

И.А. Мордвинкина, старший преподаватель кафедры математики ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603951, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИСТРАННЫХ И СИНГУЛЯРНО ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ АТТРАКТОРОВ ОТОБРАЖЕНИЯ С ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Ключевые слова: отображения, аттракторы, бифуркации

В докладе приводятся результаты, касающиеся сингулярно гиперболических аттракторов и бифуркаций отображения с одной нелинейностью. Построены новые типы потоков и каскадов, имеющие квазистранные аттракторы

К сингулярным гиперболическим аттракторам относятся аттракторы Лоренцевского типа, как в потоках, так и в каскадах, аттракторы кусочно-гладких отображений и др. [1] [2]

Квазистранные аттракторы реализуются в гладких потоках в виде спирального аттрактора Шильникова, аттрактора типа двойной спмрали Чуа, аттрактора типа воронки, траектории которого могут порождать аттрактор Плыкина и др.[3].

Рассматривается отображение F с одной нелинейностью в нормальной форме вида

$$\begin{cases} \bar{x} = x + \sum_{i=1}^{n} y_i - ag(x), \\ \overline{y_i} = \lambda_i\big(y_i - b_i g(x)\big), i = \overline{1,n}, \end{cases} \quad (1)$$

где x, y_i – скалярные переменные, a, b_i, λ_i – скалярные параметры, $g(x)$ - скалярная функция.

Отображение (1) возникает в конкретных динамических системах и представляет нормальную форму для отображений типов Лози и Белых.

Доказана следующая теорема

Теорема 1 Существует число λ_0 такое, что для любых $\lambda^+ < \lambda_0$, где $\lambda^+ = \max_i\{\lambda_i\}$) отображение F имеет поглощающую область $D = \{(x,y): x^- < x < x^+, y_i^- <$ $yi<yi+,i=1,n$ и, следовательно, отображение имеет аттрактор $A\subset D$.

При исследовании отображения F используются аттракторы и бифуркационные множества одномерного отображения

$$\overline{x} = f(x,\gamma) \equiv x + \gamma - ag(x), \quad (2)$$

где γ – параметр.

Имеет место теорема

Теорема 2

1) Одномерное отображение (2) действует как отображение, называемое подковой Смейла, порождающее символическую динамику.

2) Пусть функция $f(x,0)$ унимодальна, $0, x_1$- неподвижные точки отображения $\bar{x} = f(x,0)$, а точка $x_0 \in (0,x_1)$ есть точка максимума, $\lambda = \max_i \lambda_i > 0$. Тогда существуют

числа λ^H и a^H такие, что при $\lambda < \lambda^H$ и $a > a^H$ отображение (1) имеет многомерную подкову Смейла.

Пусть в отображении F $g(x) \in C^1$ - скалярная функция, удовлетворяющая следующим условиям:

$$g(x) = 0 \text{ при } |x| = x_0;\ g(0) = m, g(x) = g(-x);$$
$$g'(x) < 0 \text{ при } x > 0;\ g''(x) < 0. \quad (3)$$

Отображение F рассматривается в ограниченной области

$$R^n: |x| \leq d, |y_1| + |y_2| + \cdots |y_n| = N \leq r. \quad (4)$$

В случае различных функций $g(x)$ изучены аттракторы и бифуркационные множества отображения F.

Доказана теорема

<u>Теорема 3</u> Если отображение F рассматривается в ограниченной области (4) и $g(x) \in C^1$ - скалярная функция, удовлетворяющая условиям (3), то существует число λ такое, что для любых $\lambda > \lambda_i$ отображение F диссипативно при

$$r \leq \frac{m\lambda B}{1-\lambda},\ \textit{где}\ B = \sum_{i=1}^{n} b_i,\ m = \max_{x\in[-d;d]}|g(x)| \quad (5)$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-08776)

Список литературы:

[1] Белых В.Н., Мордвинкина И.А. Бифуркации периодических и гомоклинических орбит одномерного и двумерного отображений / Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. 2015. № 44. С. 98–105

[2] Белых В.Н., Мордвинкина И.А. Сложные инвариантные множества многомерных отображений / Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. 2016. № 49. С. 34–37

[3] Белых В.Н, Киняпина М.С., Шестерикова Н.В. Дикий аттрактор с гомоклинической восьмеркой седло-фокуса в четырехмерной системе / Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. 2016. № 49. С. 30–34

INVESTIGATION OF QUASI-STRANGE AND SINGULARLY HYPERBOLIC ATTRACTORS OF A MAP WITH ONE NONLINEARITY

I.A. Mordvinkina

Keywords: maps, attractors, bifurcations

The report presents results on singularly hyperbolic attractors and bifurcations of a mapping with one nonlinearity. New types of flows and cascades with quasi-strange attractors are considered