ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК
Труды конгресса «Великие реки» 2017
Выпуск 6, 2017 г.
ISBN 978-5-901722-54-1

УДК 621.52.001.5

Н.К. Шарыгина , к.ф.-м.н, доцент, ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603951, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ И МЕТОД ТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Ключевые слова: разреженный газ, молекулы, полость, силы, метод статистических испытаний.

В докладе рассматривается моделирование движения молекул газа методом статистических испытаний.

Существуют устройства, в которых есть элементы, вращающиеся в разреженном газе в замкнутом объеме. При конструировании таких устройств, а также и при их работе очень важно знать воздействия газа на эти элементы (силы, их моменты и т.п.). От этих величин зависит стабильность работы устройств, потребление энергии, ... Рассчитать эти воздействия можно и аналитическими и методами математического моделирования [1-3].

Молекул в разреженном газе не столь много, чтобы они при своем движении сталкивались друг с другом. Этими немногочисленными столкновениями можно пренебречь. Тогда можно смоделировать либо движение одной молекулы довольно долго, а затем усреднить для всех молекул, находящихся в этом объёме. Либо моделировать движение всех молекул какое-то время.

Рассмотрим моделирование движения одной молекулы. Движение молекулы от соударения с одной поверхностью полости до соударения с другой, или той же самой, прямолинейное. Точки соударения определяются путем решения системы 2-го порядка: уравнения поверхности и уравнения траектории молекулы. Для отлета с поверхности находятся величина скорости и направление отлета. Эти величины случайные с известными законами распределения. А дальше процесс повторяется: находится точка пересечения траектории движения молекулы с ограничивающими поверхностями. Если молекула попала на вращающийся элемент, то ведется подсчет интересующих величин.

Этот метод называется методом статистических испытаний или методом Монте-Карло, в котором сама случайность включена в процесс моделирования. Этот метод получил широкое применение после появления в 1949 г. статьи американских математиков Дж. Неймана и С. Улама «The Monte Carlo method». Теоретической основой этого метода являются предельные теоремы теории вероятностей: теоремы Чебышева, Бернулли, Пуассона. Эти теоремы при довольно большом числе испытаний гарантируют качество статистических оценок. Погрешность вычислений, как правило, обратно пропорциональна числу испытаний. Чтобы уменьшить погрешность в 10 раз, т.е. получить в ответе еще один верный десятичный знак, нужно увеличить объем работы в 100 раз. Достичь высокой точности возможно только при проведении большого числа испытаний, что и стало возможным с появлением вычислительных машин.

Схема метода довольно проста. Определенные по результатам достаточно большого числа соударений молекулы с движущимися элементами характеристики случайных величин (относительные частоты) используются в качестве приближенных значений искомых величин.

Кроме прямого моделирования движения молекул в полости можно пойти и другим путем. Особенно это важно в случаях малых зазоров между поверхностями, когда молекула, попав в этот зазор, долго не может выйти из него. Аналитически находятся средние значения интересующих величин. Эти средние значения искомых величин записываются в виде кратных интегралов. Так, среднее значение импульса, передаваемого одной молекулой при одном столкновении её с ротором, равно $\langle q_1 \rangle = \int\limits_{D(\xi)} m_0 \Delta\bar{v} p_\xi d\xi$, где $D(\xi)$ – область интегрирования по всем возможным значениям случайных величин ξ, от которых зависят разность скоростей $\Delta\bar{v}$ прилета молекулы на ротор и отлета с него и радиус-вектор $\bar{r}$ точки соударения молекулы с ротором.

При хаотическом тепловом движении скорость v молекулы распределена по закону Максвелла $f(v) = (2\pi kT/m)^{3/2} \exp(-mv^2/(2kT))$. Интеграл от этой функции, называемый интегралом Пуассона, «неберущийся», он не выражается через элементарные функции. Поэтому один из путей – разложение подинтегральной функции в ряд, другой – метод статистических испытаний, при использовании которого существенно упрощается алгоритм расчета. Время счета практически одинаково и в том и в другом варианте.

Список литературы:

[1]. Шарыгина Н.К. Итерационный метод определения воздействия остаточного газа на движущиеся тела. Математическое моделирование и оптимальное управление. Вестник ННГУ. Вып.1(27). 2004г. С.142–151.

[2]. Шарыгина Н.К. Моделирование движения тела в разреженном газе. Материалы Международной научно-практической конференции «48-е Евсевьевские чтения». МорГПИ. Саранск. 2012. С.63-64.

[3]. Шарыгина Н.К. Среднее число соударений молекулы со статором до попадания на ротор. Вестник ВГУВТ, Вып.44. 2015. С.134-138.

The motion of a body in a rarefied gas and the method of statistical testing.

N.K. Sharygina

Key words: Rarefied gas, molecules, cavity, the method of statistical testing.

In the report there is discussed the modelling of rarefied gas molecule motions via the statistical testing technique.