



УДК 517.925/.926

В.Н. Белых, профессор, д.ф.-м.н., зав. кафедрой математики ФГБОУ ВО ВГУВТ”
Д.А. Гречко, студентка ФГБОУ ВО “ВГУВТ”,
И.А. Мордвинкина, старший преподаватель кафедры математики ФГБОУ ВО “ВГУВТ”
603951, г. Нижний Новгород, ул. Нестерова, д. 5

ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА КОСОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ОТОБРАЖЕНИЯ ОТРЕЗКА И ОТОБРАЖЕНИЯ ТИПА ЛОЗИ-БЕЛЫХ

Ключевые слова: отображения, аттракторы, бифуркации

В докладе приводятся результаты, касающиеся косоугольного произведения отображения отрезка и отображения цилиндра. Установлены теоремы о существовании области параметров, когда данное косоугольное произведение имеет сингулярно гиперболический колебательный или вращательный аттрактор.

Рассматривается косоугольное произведение отображения отрезка f и отображение цилиндра η вида

$$f : \bar{x} = f(x); \quad (1)$$

$$\eta : \bar{\varphi} = \varphi + a(x)g(\varphi - \tau(x)) + 1y, \quad (2)$$

$$\bar{y} = \mathbf{b}g(\varphi - \tau(x)) + By$$

где $x \in \mathbb{R}^1, \varphi \in S^1, y \in \mathbb{R}^n$; $a(x) = a + \mu_1 x, \tau(x) = \mu_2 x$ – скалярные функции; $\mu_1, \mu_2 > 0$ – скалярные параметры; \mathbf{b}, B – матрицы постоянных параметров, $\mathbf{b} = \text{column}(b_1, \dots, b_n)$; B – $n \times n$ матрица, собственные значения которой находятся внутри единичного круга так, что $\|\mathbf{b}\| < p < 1, \|B\| < q < 1$ (B – сжимающий оператор); $g(x)$ – скалярная периодическая функция, $g(x) = g(x + 2\pi), \max_{x \in S^1} |g(x)| = 1$.

Предполагается, что множество притягивающих траекторий (аттрактор) Ω отображения f лежит на инвариантном отрезке $I = \{x_1 < x < x_2\}, f\Omega = \Omega, fI \subset I, \Omega \subset I$.

Косоугольное отображение (1), (2) порождает динамическую систему с дискретным временем $i \in \mathbb{Z}$, так что $\bar{u} = u(i + 1), u = u(i)$, где $u = (x, \varphi, y)$.

Поскольку отображение f , называемое фактор – отображением, не зависит от переменных (φ, y) , отображение η действует на слое $x \in \Omega$, причем вдоль траектории отображения f отображение η меняется на каждой итерации.

Рассматривается случай непрерывных кусочно-гладких функций $g(\varphi)$ таких, что $|g'| > h, \varphi \in [0; 2\pi)$, при этом, для определенности, производная в критических точках доопределяется слева. Доказана следующая

Теорема Существует примыкающая к нулю область параметров (μ_1, μ_2, p, q) такая, что при $a_0 h > a_1 > 1$ отображение (1), (2) имеет сингулярно гиперболический аттрактор $A = A_0 \times \Omega$, где A_0 – притягивающее множество отображения $\eta, \eta A_0 = A_0$.

Замечание 1 Аттрактор A является гиперболическим, поскольку существуют инвариантные устойчивый и неустойчивый, одинаковые во всех точках (φ, y) конусы [1], [2].

Замечание 2 Аттрактор A сингулярен, поскольку при изменении параметров происходят бифуркации, при которых этот аттрактор изменяется. В частности, колебательный аттрактор A_0 при деформациях функции $g(x)$ может стать вращательным A_r .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00556-а)

Список литературы:

[1] Белых В.Н., Мордвинкина И.А. Сложные инвариантные множества многомерных отображений / Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. 2016. № 49. С. 34–37

[2] В.Н. Белых, Н.К. Комраков, Б.С. Украинский, Н.А. Урусова. Об условиях существования гиперболических странных аттракторов на синхронном многообразии в системе связанных многомерных идентичных отображений. Вестник ВГАВТ. 2005. Вып.14. С. 36-42.

**CHAOTIC DYNAMICS OF THE SKEW PRODUCT
OF ONE DIMENSIONAL MAP AND A MAP OF LOZI – BELYKH TYPE**

V.N. Belykh, D.A. Grechko, I.A. Mordvinkina

Keywords: maps, attractors, bifurcations

The report presents results on a skew product of the map of a segment and the map of a cylinder. Theorems on the existence of a domain of parameters are established when the given skew product has a singularly hyperbolic attractor of oscillating or rotating type.