ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННОГО РАЗВИТИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДНЫХ ПУТЕЙ В БАССЕЙНАХ ВЕЛИКИХ РЕК
*Труды конгресса «Великие реки» 2018*
*Выпуск 7, 2018 г.*
ISBN 978-5-901722-60-2

УДК 517.925/926

**В.Н. Белых,** профессор, д.ф.- м.н., зав. кафедрой математики, ФГБОУ ВО «ВГУВТ»
**М.С. Киняпина,** старший преподаватель, ФГБОУ ВО «ВГУВТ»
**Н.В. Шестерикова,** доцент, ФГБОУ ВО «ВГУВТ»
603951, г.Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5

# ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ СПРОТТА

*Ключевые слова:* системы Спротта, системы Лоренцевского тип, странный аттрактор, бифуркация.

*Показывается, что большинство систем Спротта приводятся к нормальной форме. Установлено, что есть системы Спротта, у которых нет глобального аттрактора.*

В настоящее время большое количество работ посвящено изучению поведения связанных нелинейных систем. Обычно в качестве подсистем рассматриваются «эталонные» системы нелинейной динамики, заданные в виде дифференциальных уравнений, например, осцилляторов Рёсслера, Лоренца, Ван дер Поля, либо в виде отображений, например, отображений окружности, логистического отображения и др. [1-6].

В настоящей работе как «эталонные» системы рассматриваются системы Спротта, которые представляют собой искусственно сконструированные модели нелинейной динамики. Джулиен Спротт [7] реализовал компьютерный перебор большого количества систем трех дифференциальных уравнений первого порядка, с квадратичными правыми частями, содержащими не более двух нелинейностей. Численно для каждой из этих систем им были построены аттракторы как притягивающие множества.

В работе приводятся следующие результаты анализа систем Спротта.
Большинство систем Спротта являются реализациями нормальной формы

$$\begin{cases} \dot{x} = a_{11}y, \\ \dot{y} = a_{21}x + a_{22}y + p_2(z), \\ \dot{z} = q_2(x,y,z). \end{cases} \qquad (1)$$

где коэффициент $a_{ij}$ есть линейные формы вида $kz+b$, причем $k=0$ при $p_2(z)\neq 0$ и $b=0$ при $p_2(z)=0$. В системе (1) $p_2(z)$ и $q_2(x,y,z)$ в общем случае полиномы второй степени. Систему (1) можно интерпретировать как линейный осциллятор (первые два уравнения), коэффициенты которого управляются переменной, задаваемой третьим нелинейным уравнением первого порядка, правая часть которого зависит от всех переменных. По своей структуре система (1) близка к расширенной системе Лоренца [2, 3, 4], и к ней применимы известные приемы и методы, обсуждаемые в работе.

В работе установлено, что часть систем Спротта не имеют глобального аттрактора.

В частности, в системах

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -x + yz, \\ \dot{z} = 1 - y^2. \end{cases} \text{(A)} \qquad \begin{cases} \dot{x} = yz, \\ \dot{y} = x - y, \\ \dot{z} = 1 - xy. \end{cases} \text{(B)} \qquad \begin{cases} \dot{x} = yz, \\ \dot{y} = x^2 - y, \\ \dot{z} = 1 - 4x. \end{cases} \text{(E)}$$

существует одномерное многообразие $I = \{ x = 0, y = 0 \}$, на котором действует уравнение $\dot{z} = 1$. Это означает, что траектории на одномерном многообразии $I = \{ x = 0, y = 0 \}$ уходят на бесконечность.

Установлено, что дивергенция некоторых векторных полей, задаваемых системами Спротта, положительна. Это означает, что аттракторов у таких систем быть не может.

Показано, что динамика некоторых систем близка к динамике системы Рёсслера [8].

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00556-а)*

**Список литературы:**

[1]. Belykh V. N. Homoclinic and heteroclinic linkages in concrete systems: nonlocal analysis and model maps //Translations of the American Mathematical Society-Series 2. – 2000. – Т. 200. – С.51-62.

[2]. Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow, J.Atmos. Sci., vol.20 . – 1963– С.130-141.

[3]. Shilnikov A.L., Shilnikov L.P.,Turaev D.V. Normal forms and Lorenz attracors, Int.J. Bifurcation and Chaos, 3(5). – 1993. – С. 1123-1139.

[4]. Shilnikov L.P. Math problems of nonlinear dynamics: A tutorial // Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7(9). – 1997– С.1953-2001.

[5]. Белых В.Н., Киняпина М.С., Шестерикова Н. В.Бифуркация гомоклинической восьмерки в семействе систем лоренцевского типа //Вестник ВГАВТ, вып.44, 2015г. – с 93-97.

[6]. Белых В.Н., Киняпина М.С., Шестерикова Н. В.Бифуркации и аттракторы в семействе нелинейных трехмерных систем //Труды X Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 26–29 сентября 2016 г.) / Под редакцией Д.В. Баландина, В.И. Ерофеева, И.С.Павлова. Нижний Новгород: Издательский дом «Наш дом», 2016. – С. 111–112.

[7]. Sprott, J.C. Some simple chaotic flows// Physical Review E vol. 50(2), – 1994. – pp. R647-650.

[8]. Rossler O.E. An equation for hyperchaos// Physical Lett. A 71) – 1979. – pp. 155– 157 .

## STUDY OF THREE – DIMENSHINAL QUADRATIC CHAOTIC SPROTT SYSTEMS

*V.N. Belykh, M.S. Kinypina, N.V. Shesterikova*

*The normal form for most of Sprott systems are obtained. Some Sprott systems without global attractor are established.*

Key words: *attractors, bifurcations , Sprott type system*