

УДК 550.34.06

**Е. Я. Бубнов**, доцент, к.т.н., кафедра физики ФГБОУ ВО «ВГУВТ»  
603951, г. Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ «ЛОКАЛЬНАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ – ГРУНТ»

*Ключевые слова: механическая колебательная система, локальная неоднородность, теоретический расчет*

*В работе на основе метода электромеханических аналогий разработана математическая модель механических колебаний заглубленной неоднородности в грунте. Выполнено моделирование спектральных характеристик колебаний системы для типичных параметров неоднородности и грунта.*

В настоящее время важной является проблема обнаружения локальных неоднородностей, расположенных в приповерхностном слое грунта (трубы, заглубленные фундаменты и др.). Задача их обнаружения классическими радиотехническими средствами осложняется тем, что некоторые объекты изготавливаются из неметаллических материалов. Одним из возможных альтернативных методов поиска таких объектов является сейсмоакустический, при котором грунт подвергается воздействию вибраций и обнаружение происходит по характеристикам механического резонанса [1-3].

Для интерпретации экспериментальных результатов в работе выполняется разработка физической модели явления и проводится ее теоретический расчет. Одной из особенностей такой модели является различие упругих и инертных характеристик целевых объектов и окружающего грунта. Кроме того, внедрение неоднородности в грунт обязательно сопровождается нарушением механических характеристик верхней части грунта. При данных условиях следует ожидать частотно-зависимого механического колебания неоднородности относительно твердой среды [4]. Таким образом, рассмотренную физическую модель можно свести к колебательной системе с двумя степенями свободы: первая система образована локальной неоднородностью, которая упруго контактирует с грунтом, а вторая система состоит из взрыхленной части грунта, расположенной над неоднородностью (рис. 1, а).

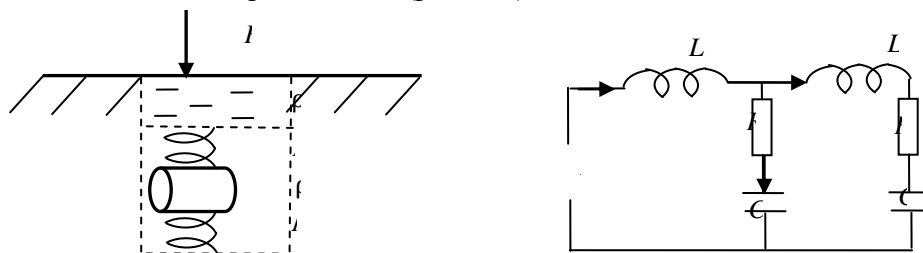


Рис. 1. Колебательная система с двумя степенями свободы (а) и ее электромеханический аналог (б).

Для расчета колебаний в работе используется метод электромеханических аналогий. Как известно, существуют физические аналогии между механическими и электрическими величинами [5-6]. Так масса  $m$  эквивалентна индуктивности  $L$ , упругость  $k$  эквивалентна величине обратно пропорциональной емкости  $1/C$ , коэффициент трения  $r$  эквивалентен сопротивлению  $R$  (рис.1, б). Сила  $F$ , эквивалентна переменной ЭДС  $E$  и равна в нашем случае напряжению  $U$  на зажимах схемы. Скорость смещения частиц грунта  $V$  эквивалентна силе тока  $I$ . Из анализа электрической схемы следует, что скорость смещения грунта на поверхности  $V$  есть сумма скоростей смещения верхней части грунта  $V_1$  и смещения неоднородности  $V_2$ .

Суммарный ток в цепи  $I$  определяется как отношение известного напряжения  $U$  на зажимах цепи к модулю импеданса  $Z$ , т. е.

$$I = \frac{U}{Z} \quad (1)$$

Используя формулы Кирхгофа, можно определить импеданс данной схемы, выражение которого в работе не приводится ввиду его большого размера. По полученным выражениям проведен расчет колебаний поверхности грунта при различных вариациях характеристик грунта и неоднородности.

На рис. 2 приведена спектральная кривая 3 амплитуды скорости смещения поверхности грунта при нахождении в грунте неоднородности массой равной 1.2 кг и грунта над неоднородностью массой равной 0.9 кг. Кривая имеет двугорбый вид, обусловленный существованием двух собственных резонансных частот колебаний в системе. Одна частота резонанса обусловлена колебаниями верхней части грунта (кривая 1), а вторая резонансная частота вызвана колебаниями неоднородности (кривая 2). При данном соотношении масс неоднородности и грунта происходит увеличение амплитуды колебаний неоднородности за счет действия фазовых соотношений в колебательной системе.

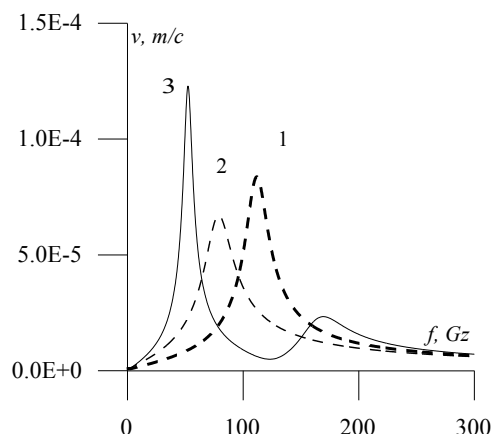


Рис. 2. Резонансные кривые амплитуды колебаний поверхности грунта в полной механической системе (кривая 3), в системе, состоящей из верхней части грунта (кривая 1), в системе, состоящей из неоднородности (кривая 2)

Представляет интерес рассмотреть влияние затухания, существующего в такой колебательной системе на характер колебаний. На рис. 3. приведены соответствующие резонансные кривые при вариации величины затухания колебаний в верхнем слое грунта.

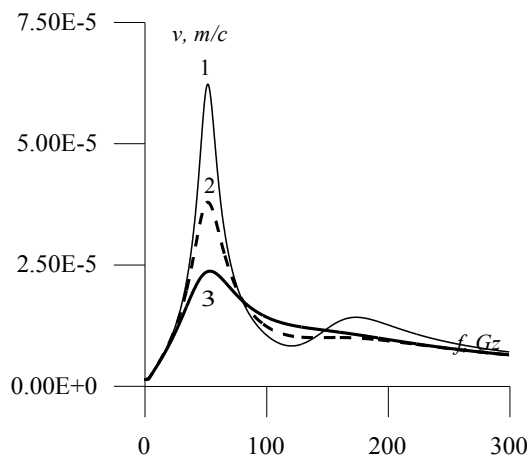


Рис.3. Влияние затухания колебаний в верхней части грунта на резонансные характеристики ( $r_{11} < r_{12} < r_{13}$ )

Как следует из анализа кривых, увеличение значения затухания в верхней части грунта приводит к уменьшению второго резонансного максимума, который при большой величине затухания исчезает.

Таким образом, разработанная теоретическая модель обнаружения приповерхностных локальных неоднородностей может быть использована для интерпретации результатов эксперимента при поиске локальных неоднородностей.

#### Список литературы:

- [1]. Е.Я. Бубнов, В.В. Гуцин, А.К. Миннегулов, С.Н. Рубцов Сейсмоакустические резонансные методы обнаружения приповерхностных локальных объектов (тезисы доклада) // Труды 11 Всероссийской научно – практической конференции/ Актуальные проблемы защиты и безопасности, Санкт-Петербург 2008. Т. 1 - С. 168 - 171
- [2]. Е.Я. Бубнов, В.В. Гуцин, А.К. Миннегулов, С.Н. Рубцов Обнаружение приповерхностных локальных объектов сейсмоакустическими методами // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму.- М.: НТЦ «Информтехника». – 2008. - Вып. 9 - 10 - С. 12-15
- [3]. Е.Я. Бубнов, В.В. Гуцин, А.К. Миннегулов, С.Н. Рубцов Использование упругих полей для обнаружения приповерхностных неоднородностей // Техническая акустика, 2009. Т. 1– С. 1 – 6 – Режим доступа: <http://ejta.org>.
- [4]. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Уч. пособие. В 10 т. Т. 6 Гидродинамика. 3-е изд., перераб.- М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. – 736 с.
- [5]. Римский-Корсаков А.В. Электроакустика. М.: Связь, 1973. – 272 с.
- [6]. Ленк А. Электромеханические системы: Системы с сосредоточенными параметрами: Пер. с немец. /Пер. А.П. Сгибов, Н.К. Кантонистов, А.С. Вишенков; Под ред. Н.В. Петькина - М: Мир, 1978. – 283 с.

## MATHEMATICAL MODELING OF MECHANICAL VIBRATIONS OF THE SYSTEM "LOCAL INHOMOGENEITIES – GROUND"

E.Y. Bubnov

**KEYWORDS:** *mechanical oscillatory system, local inhomogeneities, theoretical calculation*

*In the work, based on the method of electromechanical analogy, the mathematical model of the mechanical vibrations of the local inhomogeneities in the ground is worked. The simulation of the spectral characteristics of the vibrations system for typical parameters of the ground and inhomogeneities is executed.*