

УДК 538.574.

**Г.И. Григорьев**, к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник, ФГБНУ «НИРФИ»,  
603950, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская 25/12а,  
**Т.М. Заборонкова**, д.ф.-м.н., профессор, ФГБОУ «НГТУ» им. Р.Е. Алексеева,  
603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина 24,  
**Л.П. Коган**, к.ф.-м.н., доцент, ФГБОУ «ННГАСУ»,  
603950, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская 65,  
**В.Г. Лобастов**, аспирант, ФГБОУ «НГТУ» им. Р.Е. Алексеева, Российская Федерация,  
603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина 24.

### РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ НА СЛОЙ С ОДНОМЕРНЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

*Ключевые слова:* рассеяние электромагнитных волн, слой со случайными неоднородностями, средняя интенсивность поля.

Исследована средняя интенсивность поля плоской электромагнитной волны, наклонно падающей на слой с одномерными стохастическими возмущениями прямоугольной формы. Определены условия, при которых слой становится прозрачным.

Рассеяние плоских электромагнитных волн в одномерных случайно неоднородных сплошных средах рассматривалось в [1, 2]. В настоящей работе исследуется средняя интенсивность поля плоской электромагнитной волны с напряженностью электрического поля  $\mathbf{E}(x) = E_0 \mathbf{n} \exp[-ik(x \cos\varphi + y \sin\varphi)]$  при наклонном падении (под углом  $\varphi$ ) на слой со случайными одномерно-неоднородными флуктуациями диэлектрической проницаемости прямоугольной формы. Единичный вектор  $\mathbf{n}$  направлен перпендикулярно к плоскости падения, совпадающей с плоскостью переменных  $(x, y)$  на рис. 1.

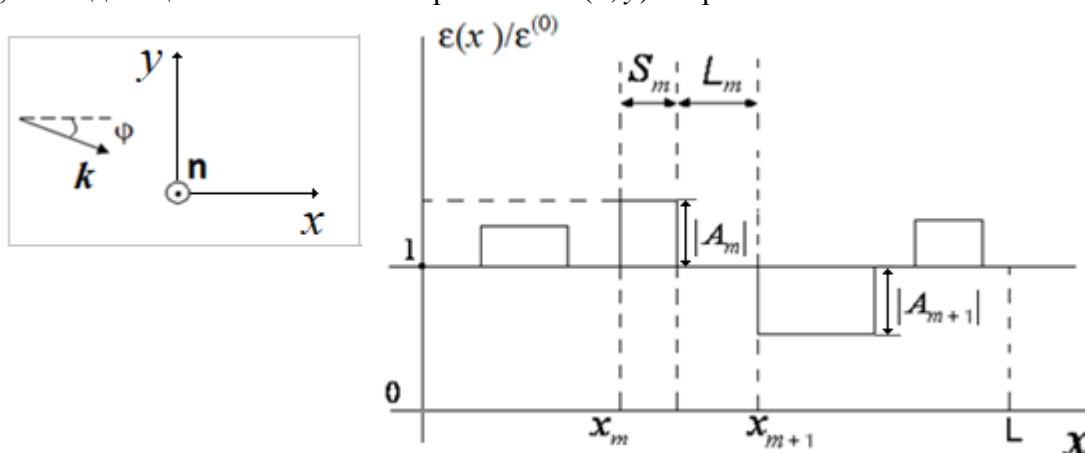


Рис. 1

Слой расположен в области  $0 \leq x \leq L$ ; относительная диэлектрическая проницаемость слоя задана в виде

$$\varepsilon(x) = \varepsilon^{(0)} \left\{ 1 + \sum_{m=1}^N A_m [H(x - x_m) - H(x - x_m - S_m)] \right\}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon^{(0)}$  – относительная диэлектрическая проницаемость невозмущенной среды, величина  $N$  – количество неоднородностей в отдельной реализации,  $x_m$  – координата начала  $m$ -й неоднородности прямоугольной формы, обладающей шириной  $S_m$  и амплитудой  $|A_m|$ , расстояние между неоднородностями  $L_m = x_{m+1} - x_m - S_m$ ;  $H(x)$  – единичная функция Хевисайда. Зависимость поля от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ . Полагаем, что  $x_m$ ,  $S_m$  и  $A_m$  являются независимыми случайными величинами (СВ), причем  $x_m$  и  $S_m$  обладают усеченным гауссовым распределением с одинаковыми при всех реализациях средними значениями  $S = \langle S_m \rangle$  и  $\langle x_m \rangle = \langle x_1 \rangle + (m-1) \Lambda$ , а также стандартами отклонений  $\sigma_S$  и  $\sigma_x$ . Считаем, что СВ  $A_m$  имеет нормальное распределение со средним  $A = \langle A_m \rangle$  и стандартом флуктуаций  $\sigma_A$ , а также что  $\{\Lambda, S, \sigma_x, \sigma_S\} \ll L$ ,  $|A| + 3\sigma_A \ll 1$ ,  $\sigma_x \ll \Lambda - S$ ,  $(k\sigma_x)^2 \gg 1$ .

Проводя обобщение методики, предложенной в [3] при условии нормального падения плоской электромагнитной волны на стохастический слой с одномерными неоднородностями прямоугольной формы с нулевым средним значением  $A$  на случай наклонного падения волны на слой с неоднородностями, обладающими ненулевым средним значением ( $A \neq 0$ ), приходим к следующему выражению для средней интенсивности  $I(x)$ :

$$I(x) = I_0 \pi \exp[\kappa(3L/4 - x)] \times \int_0^\infty \frac{\text{sh}(\pi t)}{\text{ch}^2(\pi t)} \{ 2t \cos[2\kappa(L-x)t] + \sin[2\kappa(L-x)t] \} \exp(-\kappa t^2 L) dt. \quad (2)$$

Здесь  $I_0$  – интенсивность падающей на слой волны. Коэффициент диффузии  $\kappa$  в (2) получается с использованием формулы для коэффициента отражения плоской волны от одиночной  $m$ -й неоднородности прямоугольной формы с диэлектрической проницаемостью вида  $\varepsilon^{(0)}(1 + A_m)$  и шириной  $S_m$  [4]. В результате проведения операции усреднения по СВ при вычислении средней интенсивности поля приходим в (2) к выражению для  $\kappa$  в виде

$$\kappa = \{ \sigma_A^2 + A^2 - \exp(-g) [(\sigma_A^2 - k_x^2 S^2 \sigma_A^4 + A^2) \cos \Theta - 2 k_x A S \sigma_A^2 \sin \Theta] \} / (8\Lambda), \quad (3)$$

где  $g = 2 k_x^2 \sigma_S^2 + k_x^2 S^2 \sigma_A^2 / 2$ ,  $\Theta = 2 k_x S \sqrt{1 + A}$ ,  $k_x = k \cos \varphi$ . Ниже приведены результаты численных расчетов средней интенсивности  $I/I_0$ , выполненных по формуле (2). Все расчеты проводились при значениях параметров  $\Lambda - S = 2 \lambda$ ,  $L = 10^4 \lambda$  и угле падения  $\varphi = \pi/6$ .

На рис. 2 представлены зависимости  $I(S)/I_0$  для различных значений средней амплитуды возмущений и стандарта флуктуаций. Рис. 2а соответствует значениям параметров  $\sigma_A = 0$ ,  $A = 0.05$ ,  $\sigma_S = 0.01 \lambda$ ; кривые 1 – 5 отвечают координатам  $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L$  и  $L$ . Из соотношения (3) при  $\sigma_A = 0$  и  $k\sigma_S \ll 1$  нетрудно получить следующее выражение для оптической толщины слоя:  $\kappa L \approx \Lambda^{-1} A^2 \sin^2(\Theta/2)$ . Осцилляторный характер оптической ширины слоя  $\kappa L$  обуславливает и аналогичное поведение средней интенсивности поля  $I(S)$  (см. рис. 2). Отметим, что при условии  $k_x S \sqrt{1 + A} = \pi n$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , слой становится практически прозрачным (т.е.  $I(S) \approx I_0$ ).

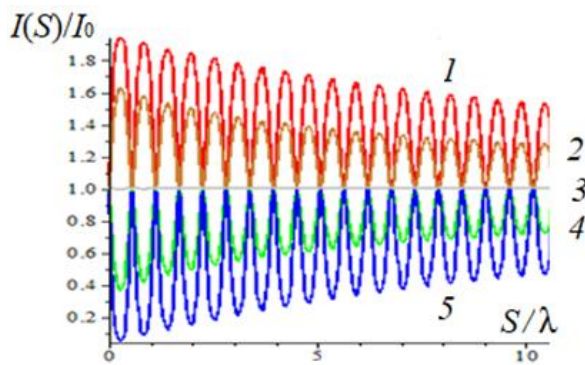


Рис. 2а

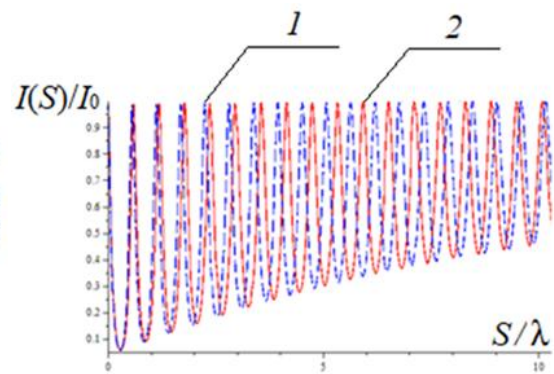


Рис. 2б

На рис. 2б для сравнения показаны зависимости  $I(S)$  при  $x = L$ ,  $\sigma_A = 0$  и  $\sigma_S = 0.01 \lambda$  для  $A = 0.05$  (кривая 1) и  $A = -0.05$  (кривая 2). Как видно из этих зависимостей, при смене знака  $A$  с положительного на отрицательный координаты экстремумов функций  $I(S)$  смещаются вправо, что соответствует уменьшению оптической толщины слоя.

На рис. 2в,г приведены зависимости  $I(S)/I_0$  при значении стандартов флуктуаций  $\sigma_S = 0.1 \lambda$ ,  $\sigma_A = 0$  (рис. 2в), и  $\sigma_S = 0.01 \lambda$ ,  $\sigma_A = 0.1$  (рис. 2г); все остальные параметры те же, что и на рис. 2а.

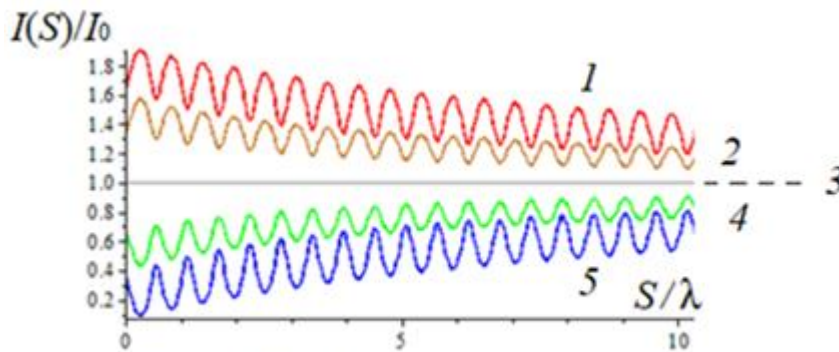


Рис. 2в

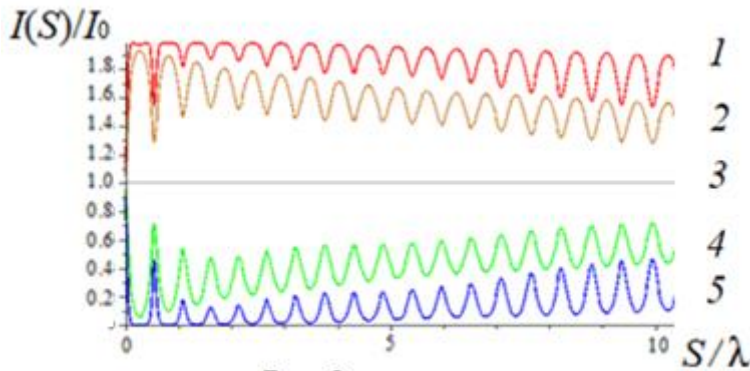


Рис. 2г

Как видно из рис. 2в (и 2г), увеличение стандартов флуктуаций  $\sigma_S$  (или  $\sigma_A$ ) до значений  $k_x \sigma_S \leq 1$  (или  $k_x \sigma_A \leq 1$ ) приводит к уменьшению амплитуды осцилляций интенсивности  $I(S)/I_0$ . При этом значение  $I(S)$  достигает  $I_0$  только при неограниченном увеличении  $S$ .

На рис. 3 приведены зависимости  $I(x)/I_0$  при  $\varphi = 0$  (рис. 3а) и  $\varphi = \pi/6$  (рис. 3б); остальные значения параметров те же, что и на рис. 2а. Кривые 1 – 6 отвечают средним амплитудам  $A = -0.12, -0.10, -0.05, 0.05, 0.10$  и  $0.12$  соответственно. Из сопоставления рис. 3а и 3б можем сделать вывод, что вид функции  $I(x)$  существенно зависит от величины угла

падения. Это связано с зависимостью эффективной оптической толщины слоя от угла падения волны

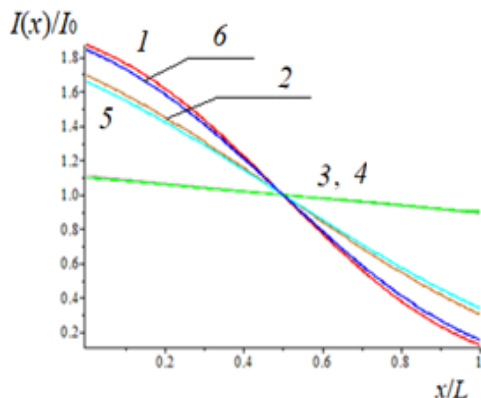


Рис. 3а

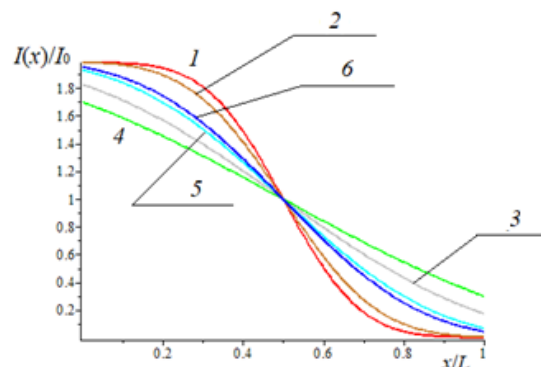


Рис. 3б

На рис. 4 показаны зависимости нормированной средней интенсивности  $I(\lambda)/I_0$  от длины падающей волны  $\lambda$  при значениях параметров  $\sigma_A=0$ ,  $A=0.05$ ,  $\sigma_S=0.01 \lambda$ ; кривые 1 – 5 отвечают координатам  $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L$  и  $L$ , при этом сплошные линии соответствуют углу падения  $\varphi=0$ , а пунктирные –  $\varphi=\pi/6$ . Для рис. 4а средняя ширина флуктуаций  $S=0.01$  м, а для 4б –  $S=0.05$  м.

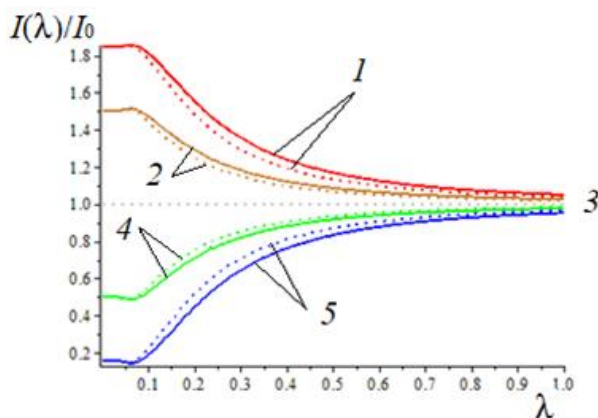


Рис. 4а

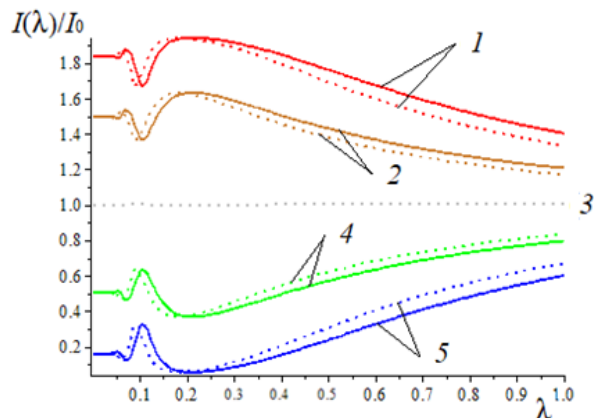


Рис. 4б

Видно, что интенсивность  $I(\lambda)$  слабо зависит от угла падения и при больших значениях средней ширины неоднородностей зависимость  $I(\lambda)$  становится немонотонной в области малых значений  $\lambda$ . При значениях  $\lambda$ , больших удвоенной средней ширины неоднородностей, зависимость  $I(\lambda)$  монотонно стремится к  $I_0$ .

Таким образом, рассмотрено рассеяние плоской электромагнитной волны при наклонном падении на диэлектрический слой с одномерными случайными неоднородностями прямоугольной формы. Определены условия, при которых слой становится прозрачным. Проведено сравнение полученных результатов с аналогичными результатами для случая нормального падения волны на слой.

Работа выполнена в рамках Государственного задания Минобрнауки РФ (проект №3.1844.2017. ПЧ).

## Список литературы:

- [1]. Абрамович Б.С., Гурбатов С.Н., Рыжов Ю.А. // Многократное рассеяние волн в одномерной случайно неоднородной среде. Известия вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22, № 5. С. 566-576.
- [2]. Газарян Ю.Л. // Одномерная задача распространения волн в среде со случайными неоднородностями. ЖЭТФ. 1969. Т. 56, № 6. С. 1856–1871.
- [3]. Григорьев Г.И, Заборонкова Т.М., Коган Л.П. // Рассеяние электромагнитных волн на слое с одномерными неоднородностями прямоугольной формы. Радиотехника и электроника, 2017. Т 62, № 10. С. 945-952.
- [4]. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М: АН СССР. 1957. С. 46.

## SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES AT AN OBLIQUE INCIDENCE ON A LAYER WITH ONE-DIMENSIONAL RANDOM INHOMOGENEITIES

G.I. Grigoriev, T.M. Zaboronkova, L.P. Kogan, and V.G. Lobastov

*Key words: scattering of electromagnetic waves, a layer with random inhomogeneities, average intensity of a field.*

*The average intensity of a field of plane electromagnetic wave at an oblique incidence on the layer with one-dimensional stochastic disturbances of a rectangular shape is investigated. The conditions under which the layer becomes transparent are defined.*