



УДК 538.574

Григорьев Геннадий Иванович, доцент, к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник НИРФИ ННГУ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ФГАОУ ВО «ННГУ»)
603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Заборонкова Татьяна Михайловна, профессор, д.ф.-м.н., профессор кафедры общая и ядерная физики ФГБОУ ВО «НГТУ»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева» (ФГБОУ ВО «НГТУ»)
603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, 24

Коган Лев Петрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей физики и теоретической механики ФГБОУ ВО «ННГАСУ» L.kog@list.ru

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет» (ФГБОУ «ННГАСУ»)
603950, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛОЯХ С ФЛУКТУАЦИЯМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Ключевые слова: рассеяние, электромагнитные волны, флуктуации диэлектрической проницаемости, средняя интенсивность.

Аннотация. Статья посвящена исследованию распространения плоской электромагнитной волны в слое со случайными разреженными одномерными неоднородностями диэлектрической проницаемости. Получены и проанализированы зависимости средней интенсивности рассеянного поля от параметров возмущений диэлектрической проницаемости прямоугольной и треугольной формы.

Постановка задачи

Рассматривается распространение электромагнитных волн в слоях с хаотическими неоднородностями диэлектрической проницаемости (ε). Исследована средняя интенсивность плоской электромагнитной волны с напряженностью электрического поля $\mathbf{E}_0(x) = \mathbf{n} E(x) \exp(-ikx)$ при нормальном падении волны на слой протяженностью L ($0 \leq x \leq L$) со случайными флуктуациями относительной диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon^{(0)} \left\{ 1 + \sum_{m=1}^N f_m(x) [h(x - x_m) - h] \right\}. \quad (1)$$

Материалы научно-методической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов

Здесь $\varepsilon^{(0)}$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды при отсутствии возмущений, волновое число $k = \omega(\varepsilon_0\mu_0\varepsilon^{(0)})^{1/2}$, $h(x)$ – единичная функция Хевисайда, \mathbf{n} – вектор нормали к оси x (см. рис. 1). Зависимость поля от времени принимается в виде $\exp(i\omega t)$. В (1) входят следующие случайные величины: N – общее число возмущений в отдельной реализации, x_m – координата начала m -й неоднородности, S_m – эффективная ширина неоднородности, функция $f_m(x)$ определяет профиль возмущения (при этом для неоднородности с номером m величина $|f_m(x)|$ ограничена значениями $|A_m|$). Неоднородности предполагаются произвольной ширины и разреженными, то есть они разделены промежутками протяженностью больше или порядка длины волны, внутри которых отсутствует возмущение и $\varepsilon(x) = \varepsilon^{(0)}$. На рис. 1 схематически показана зависимость $\varepsilon(x)/\varepsilon^{(0)}$ для рассматриваемых в работе слоев со случайными неоднородностями с прямоугольным и треугольным профилями возмущений $\varepsilon(x)$.

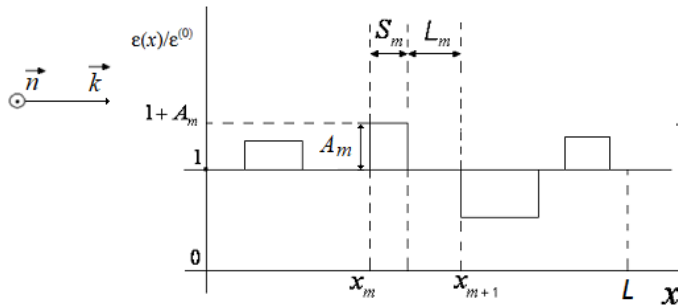


Рис. 1а

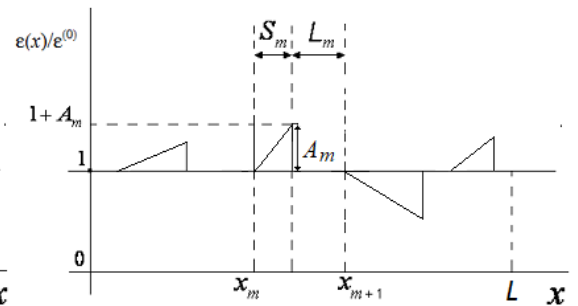


Рис. 1б

Параметры отдельных неоднородностей x_m , S_m и A_m считаем независимыми случайными величинами (СВ), которым соответствуют распределением Гаусса со средними значениями $\langle x_m \rangle = \langle x_1 \rangle + (m-1)\Lambda$ (где $\Lambda = \langle x_{m+1} - x_m \rangle$,

$\langle S_m \rangle = S$, $\langle A_m \rangle = A$ и стандартными отклонениями σ_x , σ_S и σ_A . Предполагается выполнение следующих условий: $\{\Lambda, S, \sigma_x, \sigma_S\} \ll L$, $\sigma_x \ll \Lambda - S$, $(k\sigma_x)^2 \ll 1$, $|A| + 3\sigma_A \ll 1$.

Основные соотношения

В работе [1] было получено выражение для средней интенсивности поля, рассеянного при нормальном падении на слой с неоднородностями прямоугольного профиля флуктуаций $\varepsilon(x)$ при нулевом среднем значении ($A=0$). В данной работе результаты [1] обобщаются на случай слоев с возмущениями прямоугольного профиля с ненулевым средним значением A , а также слоя с флуктуациями с треугольным профилем $\varepsilon(x)$. Средняя интенсивность поля внутри слоя может быть записана в виде

$$I(x) = I_0\pi \int_0^\infty \frac{\text{sh}(\pi t)}{\text{ch}^2(\pi t)} \{2t \cos[2kt(L-x)] + \sin[2kt(L-x)]\} \times \\ \times \exp[-\kappa(t^2L + 3L/4 - x)] dt. \quad (2)$$

Здесь I_0 – интенсивность падающей на слой волны, а коэффициент $\kappa = \langle \frac{|R_m|^2}{1-|R_m|^2} \rangle$ при достаточно малых амплитудах возмущений может быть записан в виде $\kappa \approx \langle |R_m|^2 \rangle$, где R_m – коэффициент отражения от отдельной неоднородности (см. также [2], [3]).

С целью определения κ вначале получим выражение для коэффициента отражения R_m . Для отдельной неоднородности с номером m вида $\varepsilon(\zeta) = \varepsilon^{(0)}[1 + f_m(\zeta)]$, заданной на интервале $0 \leq \zeta \leq S_m$ ($\zeta = x - x_m$), напряженность электрического поля E может быть определена из следующего волнового уравнения:

Материалы научно-методической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов

$$E''(\zeta) + k^2 \varepsilon(\zeta) E(\zeta) = 0. \quad (3)$$

В (3) штрих обозначает дифференцирование по координате ζ . Вне отдельной неоднородности в (3) необходимо положить $\varepsilon(\zeta) = \varepsilon^{(0)}$. Используя решение уравнения (3), с учетом граничных условий для тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах неоднородности ($\zeta = 0$ и $\zeta = S_m$) получим выражение для коэффициента отражения R_m :

$$R_m = \frac{k^2 C(S_m) - b(S_m) + ik[\alpha_1(S_m) + \alpha_2(S_m)]}{k^2 C(S_m) + b(S_m) + ik[\alpha_1(S_m) - \alpha_2(S_m)]}. \quad (4)$$

В (4) введены обозначения

$$b(S_m) = \frac{\Phi_2'(0)\Phi_1'(S_m) - \Phi_2'(S_m)\Phi_1'(0)}{\Phi_1(S_m)\Phi_2(0)}, \quad C(S_m) = 1 - \frac{\Phi_1(0)\Phi_2(S_m)}{\Phi_1(S_m)\Phi_2(0)},$$

$$\alpha_1(S_m) = \frac{\Phi_2'(S_m)\Phi_1(0) - \Phi_1'(S_m)\Phi_2(0)}{\Phi_1(S_m)\Phi_2(0)}, \quad \alpha_2(S_m) = \frac{\Phi_1'(0)\Phi_2(S_m) - \Phi_2'(0)\Phi_1(S_m)}{\Phi_1(S_m)\Phi_2(0)},$$

где $\Phi_{1,2}$ – фундаментальная система решения волнового уравнения (3) (см. [4]).

Результаты численного анализа

Все расчеты выполнены при следующих значениях параметров слоя: $L - S = 2\lambda$, $\sigma_S = 0.01\lambda$, $L = 2 \cdot 10^4\lambda$. На рис. 2 - 4 представлены зависимости нормированной средней интенсивности $I(S)/I_0$ для неоднородностей прямоугольной формы. На рис. 2а приведены зависимости $I(S)/I_0$ при $\sigma_A = 0.07$ и $A = 0.05$. Кривые 1 – 5 отвечают координатам $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L$ и L соответственно. На рис. 2б кривые 1 – 3 соответствуют $x = 0$, а 1' – 3' отвечают $x = L$. Для зависимостей 1 и 1', 2 и 2', 3 и 3' среднее значение отклонения от невозмущенного случая составляет $A = 0.05$, $A = 0$ и $A = -0.05$ соответственно. Как следует из численных расчетов, амплитуда осцилляций $I(S/\lambda)$ уменьшается при увеличении отношения S/λ (см. рис. 2). Для всех значений x период осцилляций составляет $\frac{\lambda}{2\sqrt{1+A}}$.

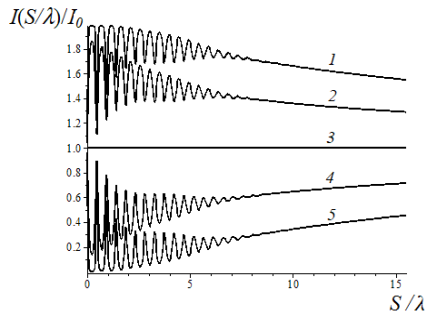


Рис. 2а

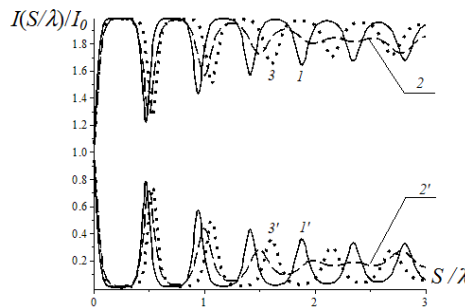


Рис. 2б

На рис. 3 приведены зависимости $I(A)$ при $\sigma_A = 0.02$ (сплошные кривые) и $\sigma_A = 0.07$ (пунктирные кривые); рис. 3а и 3б соответствуют значениям $S = \lambda$ и $S = 5\lambda$. Отметим, что при выполнении условия:

$$S = n \frac{\lambda}{4\sqrt{1+A}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

средняя интенсивность $I(A)$ является четной функцией относительно аргумента. Как видно из рис. 3, при уменьшении σ_A значительно возрастает протяженность интервала значений A , для которого $I(A) \approx I_0$.

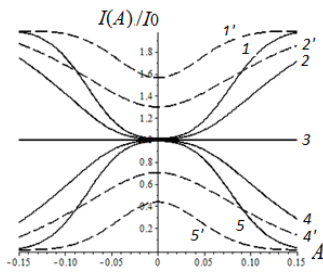


Рис. 3а

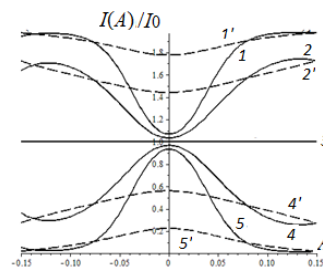


Рис. 3б

На рис. 4 приведена зависимость $I(A)$ при достаточно большом отклонении параметра S от значений, отвечающих условию четности (5). Рис. 4а, 4б и 4в отвечают значениям $S = 2.1\lambda$, $S = 1.9\lambda$ и $S = 0.6\lambda$; все остальные параметры те же, что и при построении рис. 3. Как видно из рис. 4, зависимости $I(A)$ являются существенно несимметричными.

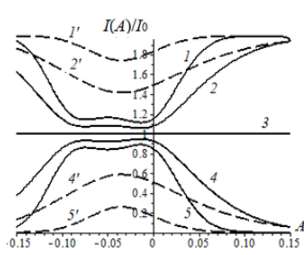


Рис. 4а

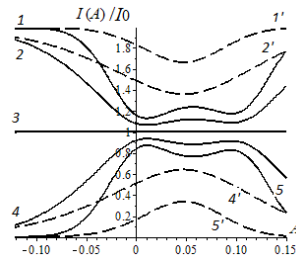


Рис. 4б

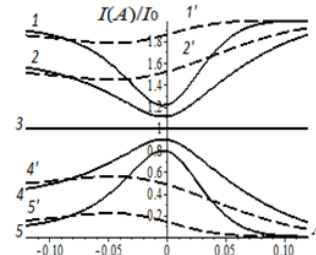


Рис. 4в

На рис. 5 приведена зависимость средней интенсивности $I(S/\lambda)/I_0$ для слоя с неоднородностями треугольной формы при $\sigma_A = 0.07$. Здесь, как и на рис. 2а, кривые $I - 3$ соответствуют $x = 0$, а $I' - 3'$ отвечают $x = L$. Для зависимостей I и I' , 2 и $2'$, 3 и $3'$ среднее значение $A = 0.10$, $A = 0$ и $A = -0.10$ соответственно. Из сопоставления с рис. 2б следует вывод о значительно меньших амплитудах осцилляций $I(S)$ по сравнению со случаем слоя с возмущениями прямоугольного профиля.

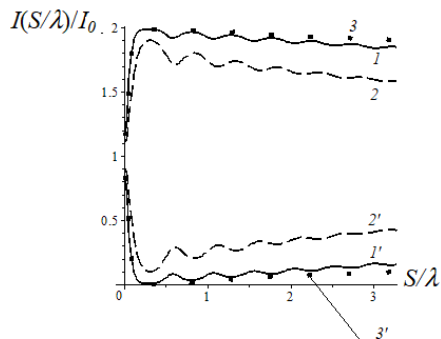


Рис. 5

На рис. 6 показана зависимость средней интенсивности $I(S/\lambda)/I_0$ для координат $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L$ внутри слоя с неоднородностями треугольной формы. На рис. 6а значение $\sigma_A = 0.07$; для более светлых кривых $A = 0$, а для полужирных линий $A = 0.1$. На рис. 6б величина $A = 0$; более светлые кривые отвечают $\sigma_A = 0.07$, а для выделенных полужирным линиям $\sigma_A = 0.02$. Как следует из анализа рис. 6, при увеличении среднего A и стандарта флуктуаций σ_A возмущений усиливается отклонение средней интенсивности от невозмущенного случая.

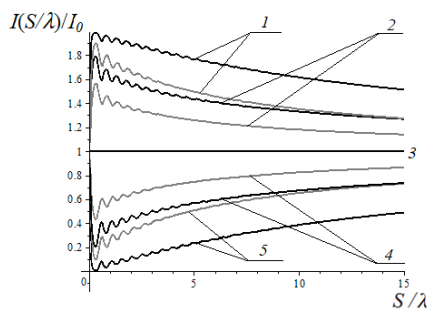


Рис. 6а

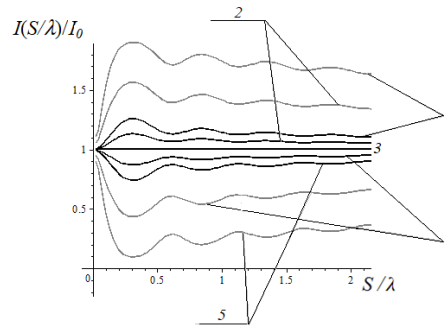


Рис. 6б

На рис. 7 приведена зависимость $I(A)$ для слоя со случайными неоднородностями треугольного профиля при $S = 2.1\lambda$; все остальные параметры те же, что и на рис. 3 для случая неоднородностей прямоугольной формы. Из сопоставления рис.7 и рис. 4а видно, что в данном случае нет эффекта асимметрии функции $I(A)$ относительно оси ординат и $I(-A) \approx I(A)$.

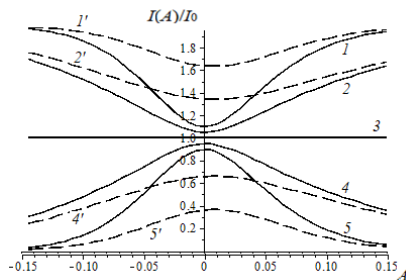


Рис. 7

Выводы

1. Амплитуда осцилляций средней интенсивности $I(S)$ от средней ширины S возмущений диэлектрической проницаемости $\epsilon(x)$ для слоя с неоднородностями с прямоугольным профилем существенно больше, чем при флуктуациях с треугольным профилем.

2. Период осцилляций для обоих видов возмущений равен $\frac{\lambda}{2\sqrt{1+A}}$ и убывает с увеличением среднего A .

3. Для слоев с неоднородностями прямоугольной формы зависимость $I(A)$ является квазисимметричной функцией от A только при условии $kS \sim \frac{\lambda m}{4\sqrt{1+A}}$, $m = 1, 2, 3, \dots$. Для слоев с флуктуациями с треугольным профилем неоднородностей зависимость $I(A)$ всегда является квазисимметричной функцией от A .

Работа выполнена в рамках Государственного задания Минобрнауки РФ (проект №3.1844.2017/4.6).

Список литературы:

- [1] Григорьев Г.И., Заборонкова Т.М., Коган Л.П // Радиотехника и Электроника. – 2017. – Т 62, – № 10. – С. 945.
- [2] Газарян Ю.Л. // ЖЭТФ. – 1969. – Т. 56. – Вып. 6. – С. 1856.
- [3] Абрамович Б.С., Гурбатов С.Н., Рыжов Ю.А. // Изв. вузов. Радиофизика. – 1979. – Т. 22. – № 5. – С. 566.
- [4] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Москва: Наука. – 1971. – 576 с.

PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES INTO A LAYERS WITH RANDOM INHOMOGENEITIES OF DIELECTRIC PERMITTIVITY

Gennadii I. Grigoriev, Tatiana M. Zaboronkova, Lev P. Kogan

Key words: scattering, electromagnetic waves, random inhomogeneities of dielectric permittivity, average intensity of a field.

The article is devoted to study of a propagation of plane electromagnetic wave into the layer with one-dimensional random inhomogeneities of dielectric permittivity. The average intensity of the scattered field as functions of the parameters of random inhomogeneities of rectangular and triangular forms are determined and analyzed.