



УДК 517.925/926

Урсова Наталья Аркадьевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «ВГУВТ»

Волжский государственный университет водного транспорта
603951, г. Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5.

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В СЛАБО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ (АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ)

Аннотация. Рассматриваются различные типы нелинейного взаимодействия, наблюдающиеся в слабо неоднородных средах. Исследуется проблема трансформации волн разных типов вблизи локализованной точки синхронизма. Проанализировано асимптотическое решение при произвольном профиле неоднородности в ВКБ-приближении.

Ключевые слова: нелинейное взаимодействие, точка синхронизма трансформация волн, асимптотическое приближение.

Рассматривается система укороченных уравнений для комплексных амплитудных множителей a_i , описывающих нелинейное взаимодействие волн в неоднородной среде

$$a_i = \sigma_i e^{k_i \Psi} a_j b, \quad \text{где } \sigma = \sigma(x), \quad \Psi = \Psi(x) = \int \Delta n(x) dx, \quad k_i = k_0 n_i.$$

Считаются выполненными условия синхронизма

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega_3, \quad \Delta k(x) = \kappa_2 - \kappa_1 - \kappa_3,$$

где ω - частоты, а κ - волновые числа взаимодействующих волн.

Первое из условий выполнено в любой точке пространства, а второе – лишь в некоторых локализованных точках пространства.

Используя стандартную методику, получаем асимптотическую систему стационарных укороченных уравнений, связывающих нормированные амплитуды

взаимодействующих волн: $\frac{da_i}{dx} = \pm \frac{\sigma_i}{c} a_j a_l \exp(-i \int \Delta k(x) dx)$. $\frac{da_r}{dx} = \pm \frac{\sigma_r}{c} a_j a_l \exp(-i \int \Delta k(x) dx)$.

Указанная асимптотика непрерывным образом переходит в соответствующую асимптотику нормальных волн вне области взаимодействия. Первый интеграл в отсутствии поглощения имеет смысл потока энергии полного поля волны, а вне области взаимодействия с указанной выше точностью переходит в сумму потоков энергии нормальных волн. Из полученных асимптотических решений этой системы следует, что взаимодействие происходит в относительно небольшой области вблизи точки пространственного синхронизма. Вычисление коэффициентов матрицы трансформации может быть проведено методом перевала.

При использовании диаграммной техники можно получить вторичное и т.д. взаимодействие волн, аналогичное эффекту многократного рассеяния. При рассмотрении математически сходных задач, в частности когда параметры среды распределены по косинусоидальному закону, рассчитан эффект взаимодействия для локализованной точки синхронизма. Показано, что для используемых обычно моделей, точки пространственного

синхронизма для любой пары мод совпадают, поэтому трансформация происходит на относительно малом участке вблизи точки синхронизма с одновременным возникновением всего набора собственных мод. Используемая здесь процедура может быть применена для расчета эффекта нелинейного взаимодействия распадного типа в параметрических системах.

Приведенные выше результаты обобщаются на случай поляризационного вырождения. Здесь величина (для простой точки синхронизма) определяется не только перевальной точкой, но и наличием простого полюса. Компоненты матрицы трансформации здесь имеют тот же порядок, что и в отсутствие поляризационного вырождения, но определяются не коэффициентами взаимодействия в системе связанных уравнений, а их производными в точке синхронизма.

Список литературы:

1. Урсова Н.А., Файнштейн С.М., Яшин Ю.Я. О нелинейной трансформации волн в неоднородной плазме. //Физика плазмы.- 1990. - Т. 15.- №12- с. 508-515.
2. Яшин Ю.Я., Яшнов В.А. О непрерывной асимптотике решений в случае линейного взаимодействия волн в отсутствие поляризационного вырождения. // Изв. Вузов – Радиофизика,- 1982, -Т.25,- с 563.
3. Цытович В.Н. Нелинейные эффекты в плазме. //М.;- Наука,- 1967.
4. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. //- М.: - Наука,-1984,-392с.

NONLINEAR INTERACTION IN WEAKLY HOMOGENEOUS MEDIA

Natalya A. Urusova

Nonlinear interaction between waves in the nonhomogeneous media is considered. Transformation of the waves is investigated near localized point of the synchronism. Asymptotic solution for the nonhomogenetys of the arbitrary type is analysed in VKB-approximation.

Keywords: nonlinear interaction, transformation of the waves, asymptotic approxximation.