



УДК 656.6

Трухина Мария Александровна<sup>1</sup>, ст. преподаватель, e-mail: mat-vsuvwt@ya.ru

<sup>1</sup>Волжский государственный университет водного транспорта, г. Нижний Новгород, Россия.

## ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОТОКОВ ПАКЕТОВ ОБЪЕКТОВ ТРАНСПОРТНОГО ТИПА МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

*Аннотация.* В статье рассматриваются особенности реализации алгоритма динамического программирования для задач обслуживания конечного детерминированного потока пакетов объектов. Перечисляются возникающие проблемы и приводятся подходы к их решению.

*Ключевые слова:* динамическое программирование; вычислительная сложность; задача транспортного типа; одностадийное обслуживание; поток объектов; переналадки; директивные сроки.

### Введение

Рассматривается задача обслуживания конечного детерминированного потока пакетов объектов [1] в наиболее общей постановке. Задача потока обслуживания пакетов объектов является дальнейшим развитием задачи обслуживания конечного детерминированного потока объектов в системах транспортного типа и является NP-трудной [2]. На практике это означает отсутствие алгоритмов поиска оптимального решения, существенно лучших, чем полный перебор. Стандартными способами сокращения перебора являются подходы, основанные на идеологии ветвей и границ, и динамического программирования [3]. Методы, основанные на подходе ветвей и границ, часто обладают непредсказуемой длительностью отработки решающего алгоритма. В отличие от них, методы основанные на динамическом программировании (ДП) демонстрируют более предсказуемое поведение.

Данная статья описывает проблемы, возникающие при реализации алгоритма динамического программирования алгоритма ДП для указанной задачи с модификациями переналадки (мультипоток) [4] и директивные сроки [5], и подходы к их решению.

### Постановка задачи

Процессор  $P$  должен выполнить обслуживание мультипотока  $M$  объектов, прибывающих в составе пакетов  $O(s)$ ,  $s = \overline{1, h}$ . Каждый пакет  $O(s)$  состоит из объектов  $O_{s,1}, O_{s,2}, \dots, O_{s,n(s)}$ , подлежащих однократному без прерываний обслуживанию. Общее количество объектов в мультипотоке  $N$ .

Для каждого пакета  $O(s)$  считается известным момент  $t_s$  его поступления в очередь для обслуживания процессором  $P$ . Обслуживание объектов процессором  $P$  может



выполняться в произвольном порядке, т.е без учета принадлежности их тому или иному пакету. Длительность обслуживания объекта  $o_{s,l}$  определяется значение параметра  $\tau_{s,l}$ .

Каждый объект  $o_{s,l}$  характеризуется величиной  $g_i$  – признак принадлежности объекта к подпотоку  $M_{g_i}$ ,  $g_i = \overline{1, m}$ . При переходе на обслуживание объекта другого подпотока требуется переналадка. Длительности переналадки задаются квадратной матрицей  $H$ . Обслуживание каждого объекта реализуется процессором без прерываний; в каждый момент времени он может обслуживать только один объект; по завершению обслуживания объект немедленно освобождает процессор; немотивированные простои процессора и объектов запрещены.

Пакет объектов  $O(s)$  считается обслуженным, если завершены обслуживанием все входящие в его состав объекты.

Момент  $t_s^f$  завершения обслуживания пакета  $O(s)$  определяется как  $\max(t_{s,1}^f, t_{s,2}^f, \dots, t_{s,n(s)}^f)$ , где  $t_{s,l}^f$  – момент завершения обслуживания объекта  $o_{s,l}$ . За время от момента прибытия до момента завершения обслуживания по пакету  $O(s)$  налагается штраф  $F_s(\Delta)$ . Монотонная неубывающая функция  $F_s(\Delta)$  именуется функцией индивидуального штрафа по пакету  $O(s)$ .

Стратегия обслуживания записывается как произвольная перестановка  $S$  индексов всех объектов, т.е. элементов мультипотока  $M$ . При известной стратегии  $S$  для каждого объекта моменты начала и завершения обслуживания вычисляются очевидным образом арифметически.

Рассматриваемые в докладе задачи записываются в виде.

1. Построить расписание обслуживания объектов мультипотока  $M$ , минимизирующее суммарный штраф по всем пакетам, т.е.

$$\min_S \sum_{s=1}^h F_s(t_s^f(S) - t_s). \quad (1)$$

2. Построить расписание обслуживания объектов мультипотока  $M$ , минимизирующее значение максимального из индивидуальных штрафов по всем пакетам, т.е.

$$\min_S \left( \max_{s=1,2,\dots,h} F_s(t_s^f(S) - t_s) \right). \quad (2)$$

Рассмотренная модель обслуживания адекватно описывает процессы подачу к терминалу грузовой обработки многосекционных судовых составов.

## Соотношения ДП

Приведем рекуррентные соотношения ДП для самого полного варианта

$$B(t, g, Z) = \min_o \begin{cases} \varphi_s + B(t_o^{koh}, g, Z \setminus \{o_{s,i}\} \cup D(t, t_o^{koh})), & \text{Если } o = o_{s,i}, Z \setminus \{o_{s,i}\} \cap O(s) = \emptyset, \\ B(t_o^{koh}, g, Z \setminus \{o_{s,i}\} \cup D(t, t_o^{koh})), & \text{Если } o = o_{s,i}, Z \setminus \{o_{s,i}\} \cap O(s) \neq \emptyset, \\ B(t_o^{koh}, j, Z \cup D(t, t_o^{koh})), & \text{Если } o = f_{g,j}, \\ B(t_o^{koh}, g, Z \cup D(t, t_o^{koh})), & \text{Если } o = f. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $B(t, g, Z)$  – функция Беллмана, параметры - время принятия решения, текущий подпоток, множество объектов, ожидающих обслуживания;  $\varphi_s$  – штраф за обслуживание



пакета  $s$ ,  $t_o^{кон}$  – время завершения обслуживания объекта  $o$ ,  $D(t, t+\Delta)$  – объекты, поступающие в систему на интервале времени  $[t+1, t+\Delta]$ ,  $f_{g,j}$  – переналадка (фиктивный объект),  $f$  – ожидание следующего (фиктивный объект).

### Сложность задачи

Базовая рассматриваемая задача – линейный критерий, поток объектов. Задача является NP трудной.

Сложность реализации исследуемых алгоритмов определяется рассмотрением нескольких независимых модификаций задачи.

Варианты:

1. Вариант критерия: линейный / минимаксный
2. Учет времени прихода объекта: да (поток объектов) / нет (множество)
3. Объединение объектов в пакеты: да (объекты объединены в пакеты, штраф начисляется за время обслуживания пакета) / нет (поток объектов, штраф по каждому объекту)
4. Наличие переналадок: да (объекты распределены по подпотокам, между подпотоками требуется переналадка) / нет
5. Наличие директивных сроков: да/ нет

Каждый вариант может быть применен независимо, что дает  $2^5$  итого 32 варианта задач.

Наличие 32 вариантов программы весьма трудоёмко с точки зрения отладки, тестирования и дальнейшего использования.

В связи с этим ставится цель на выходе получить одну программу.

Основная проблема – поддержка многовариантности. Для этого было выполнено следующее:

1. Стандартизован формат входного файла
2. Программа управляется ключами командной строки
3. Тип задачи кодируется строкой в параметрах
  - a. (SDPTM) подпотоки / директивные сроки / пакеты / время прихода / минимаксный критерий,
  - b. В любых комбинациях

### Сложность программы

Сложность задачи приводит к сложности программы. Для борьбы со сложностью применены

1. Декомпозиция  
Верхний уровень: решение состоит из трех проектов
  - a. Классы, представляющие предметную область
    - Поток пакетов
    - Пакет объектов
    - Ведущий объект
    - Ведомый объект
  - b. Блок тестирования этих классов
  - c. Блок решателяИспользуемый результат —  
EXE решателя + DLL классов
2. Автоматизированное тестирование



Позволяет быстро проводить регрессионное тестирование (время прогона тестов после изменения — две минуты)

- Стандартизован формат входного файла
- Имеется генератор тестов
- Имеются тестовые наборы
- Имеются файлы для запуска пакетов тестов

### 3. Система контроля версий

Позволяет

- Производить тестирование без опасения «испортить» проект
- Иметь возможность отследить изменения
- В любой момент выделить одну из предыдущих версий
- Иметь несколько активных веток
- Выделить изменения и применить на другой ветке

## Большое потребление памяти

Исходная задача является NP трудной. Применение динамического программирования позволяет сократить факториальное пространство поиска до  $O(N \cdot 2^N)$

При этом решение динамическим программированием для нахождения оптимального значения целевой функции требует заполнения / хранения таблиц значений функции Беллмана (размер порядка  $2^N \times T_{\max}$ , можно оценить как  $O(N \cdot 2^N)$ ).

Модификации с  $M$  подпотоками увеличивают требования к памяти в  $M$  раз.

Кроме того, необходимость реконструкции оптимального значения на обратном проходе динамического программирования требует для каждого значения таблицы хранить выбор оптимального шага (еще столько же чисел).

Для уменьшения требований программы к памяти были опробованы следующие подходы:

#### 1. Хранение таблиц выбора оптимального шага.

Не хранить в памяти таблицы выбора оптимального шага. Вместо этого, в процессе восстановления оптимальной стратегии обслуживания осуществлять процесс выбора, идентичный процессу выбора в ходе прямого прохода динамического программирования.

Для этого блок процесса выбора был выделен в функцию, используемую при прямом и обратном проходах ДП.

Данная модификация позволила сэкономить половину памяти, таким образом, для задач без подпотоков, практически повысив размер решаемых задач на единицу.

#### 2. Оптимизация структуры хранения значений функции Беллмана.

##### 2.1. «Ступенчатый» массив

Функция Беллмана имеет вид  $B(t, g, Z)$  (параметры - время принятия решения, текущий подпоток, множество объектов, ожидающих обслуживания), соответственно место под хранение значений определяется количеством значений аргументов  $B(t, g, Z)$ . Самый большой вклад вносит составляющая  $Z$  – до  $2^N$ . Нетрудно видеть, что если текущее время меньше времени прихода объекта, он никак не может быть ожидающим. Считая объекты упорядоченными по времени обслуживания, получаем число возможных аргументов  $Z$  для  $t < t_N$  равным  $2^K$ ,  $K < N$ .

Это соображение можно использовать, если распределять массив построчно с разным числом элементов, зависящим от  $t$ .

Данная модификация была внедрена и, судя по контролю используемой алгоритмом памяти, дала положительный эффект.

##### 2.2 Заполнение в процессе рекурсивного вызова



Следующая оптимизация касается алгоритма заполнения таблицы. Базовый метод ДП предполагает заполнение всей таблицы от «последних» значений параметра  $t$  вниз. Вариантом является заполнение таблицы посредством мемоизации при рекурсивном вызове функции Беллмана.

Данная модификация была внедрена. Просмотр заполненных таблиц после завершения алгоритма показал, что значительная часть элементов осталась неиспользованной (незаполненной) – самые заполненные строки использованы на 2/3. Даже если эта память не была сэкономлена, значения не были рассчитаны, таким образом ускоряя работу алгоритма.

### 2.3 Использование словаря

Предыдущая модификация показала нам, что в массиве имеются неиспользованные значения. Была предпринята попытка использовать более сложную структуру, а именно словарь.

Непосредственная попытка использовать словарь вместо массива не привела к успеху – накладные расходы на хранение данных существенно больше (в 4 – 10 раз), соответственно реальная располагаемая память упала, размер решаемой задачи упал.

Была предпринята вторая попытка.

Изначально на строку, соответствующую  $t$ , заводится словарь. По достижении словарем размера 10% от расчетной длины строки ( $2^k$ ) словарь преобразовывается в обычный массив.

Этот подход показал свою работоспособность, размер решаемой задачи достиг размера задачи решаемой с массивом. Но выигрыша не получилось – шага вперед по размерности не случилось, более сложный алгоритм работал на 50% дольше.

Данная модификация была отвергнута.

## Результаты

Результатом данной работы является реализация алгоритма ДП для рассмотренной задачи и всех рассмотренных ее модификаций в виде одного файла-решателя с интерфейсом командной строки и выводом в стандартный вывод, предназначенная для дальнейшего тестирования и/или использования в расчетной системе оптимизации обслуживания.

### Список литературы:

1. Модели и оптимизационные задачи однопроцессорного обслуживания пакетов объектов/ Коган Д.И., Трухина М.А., Федосенко Ю.С. и др.// Автоматика и телемеханика. РАН. 2016. № 11. С. 142-157.
2. Коган Д.И., Федосенко Ю.С. Задача диспетчеризации: анализ вычислительной сложности и полиномиально разрешимые подклассы // Дискретная математика. – 1996. Т. 8. Вып. 3. – С. 135–147.
3. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. М.: Наука, 1965. 460 с.
4. Модель и алгоритм синтеза стратегий обслуживания мультипотока объектов мобильным процессором / Коган Д.И., Трухина М.А., Федосенко Ю.С. и др. // Системы управления и информационные технологии. – 2015. – №2(60). – С.40–43
5. Подходы к учету переналадок в задаче однопроцессорного обслуживания мультипотока объектов/ Трухина М.А., Шеянов А.В. //Дискретные модели в теории управляющих систем: X Международная конференция, Москва и Подмоскowie, 23–25 мая



2018 г. : Труды / Отв. ред. В. Б. Алексеев, Д. С. Романов, Б. Р. Данилов. – Москва: МАКС Пресс, 2018.

## **SOLVING PROBLEMS OF OPTIMAL SERVICING OF FLOWS OF TRANSPORT-TYPE OBJECT PACKETS BY DINAMIC PROGRAMMING**

Maria A. Trukhina

*Abstract. The article discusses the features of the implementation of the dynamic programming algorithm for the tasks of servicing a finite deterministic flow of object packets. The problems that arise are listed and approaches to their solution are given.*

*Keywords: dynamic programming, computational complexity, transport-type problem, single-stage servicing, object flow, reconfiguring, deadlines.*

