



УДК 532.529.6

Мельников Николай Павлович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, e-mail: melnikov50@mail.ru

Волжский государственный университет водного транспорта, г. Нижний Новгород, Россия.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПУЛЬСАЦИИ КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ В НЕОДНОРОДНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Аннотация. Приводятся экспериментальные спектры акустического излучения кавитационного кластера. Обсуждается структура спектра, приводятся теоретические обоснования структуры спектра.

Ключевые слова: кавитационная полость, стохастические пульсации, бифуркация удвоения периода. неоднородное акустическое поле

Одним из самых широко распространенных явлений, возникающих в жидкости, является кавитация. Кавитация возникает в жидкости при понижении в ней давления ниже некоторого критического уровня. Пульсации давления возникают в потоках текущей жидкости, при статическом воздействии на неё, например, при движении поршня, или при облучении жидкости акустическим излучением. Согласно молекулярно-кинетической теории вода распадается на молекулы при достижении величины напряжения равной $3250 \cdot 10^5$ Па [1]. Реальные разрывы в жидкостях происходят при напряжениях на два три порядка ниже. Такая ситуация объясняется присутствием в жидкости некоторых «слабых мест», так называемых «зародышей кавитации». В областях пониженного давления из этих зародышей кавитации образуются мельчайшие пузырьки, поведение которых в переменных полях давления приводит к появлению многочисленных физических, физико-химических, биологических и других эффектов, в том числе при движении судов [2]. Такое положение дел приводит к необходимости изучать поведение пузырьков в различных полях давления. Экспериментальную информацию мы получаем путем проведения кино, фото съемок кавитационных пузырьков, приема и анализа излучения света пузырьками (сонолюминесценция) и излучения звука движущимися пузырьками.

В данной работе мы проводим анализ экспериментальных данных акустического излучения пузырьков и теоретических исследований динамики и акустического излучения одиночного пузырька движущегося под действием внешнего неоднородного акустического поля.

На рис.1 приведена спектрограмма акустического излучения кавитационной области, возбужденной в фокальном пятне акустического цилиндрического концентратора на частоте 7000 Гц в дистиллированной воде, газосодержание которой составляет 57%. Спектрограмма представляет собой сумму гармонических составляющих,



обрамленных пьедесталами, переходящими в сплошной шум, ультрагармонических составляющих различных порядков и шумовой компоненты.

Появление различных составляющих в спектре обсуждается в [3-7].

Стохастическая динамика пузырьков ответственна за некоторые механизмы появления составляющих спектра акустического излучения.

Динамику одиночного пузырька, пульсирующего в безграничной, вязкой, сжимаемой жидкости в поле стоячей звуковой волны вида $P_{\infty} = P_0 - P_m \cos(2\pi x/\lambda) \sin(2\pi ft)$ можно описать системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Первое уравнение представляет собой уравнение Джилмора, дополненное членом $U_n^2/4$, учитывающим влияние поступательного перемещения пузырька на его радиальные пульсации. Второе уравнение описывает трансляционные движения пузырька [8].

$$R \left(1 - \frac{U}{C}\right) \frac{dU}{dt} + \frac{3}{2} U^2 \left(1 - \frac{U}{3C}\right) - U_n^2/4 = H \left(1 + \frac{U}{C}\right) + \frac{R}{C} \frac{dH}{dt} \left(1 - \frac{U}{C}\right), \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{2}{3} \rho \pi R^3 (U_n - V) \right] = -D (U_n - V) - \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{\partial P_{\infty}}{\partial x}, \quad (2)$$

где x – координата, t – время, λ и f – соответственно длина волны и частота звукового поля, P_0 – статическое давление, R – текущий радиус пузырька, $U = dR/dt$ – скорость границы пузырька, $C = C_{\infty} [(P+B)/(P_{\infty}+B)]^{(n-1)/2n}$ – локальная скорость звука в жидкости, $C_{\infty}^2 = [n(P_{\infty}+B)/\rho]$ – скорость звука на бесконечности, $H = [C_{\infty}^2/(n-1)] \{ [(P+B)/(P_{\infty}+B)]^{(n-1)/2n} - 1 \}$ – удельная энтальпия на границе пузырька, $P = P_g - 2\sigma/R - [4\mu(dR/dt)/R] + P_d$ – давление на границе пузырька, $P_g = P_{g0} (R_0/R)^{3\gamma} = (P_0 + 2\sigma/R_0 - P_d) R_0/R)^{3\gamma}$ – давление газа внутри пузырька, P_{g0} – давление газа внутри равновесного пузырька, P_d – давление насыщенных паров внутри пузырька, R_0 – равновесный радиус пузырька, B и n – константы уравнения состояния жидкости в форме Тэта, равные для воды – $B = 3 \cdot 10^8$ Па, $n = 7$, ρ – плотность жидкости, σ – коэффициент поверхностного натяжения, $U_n = dx/dt$ – скорость поступательного перемещения пузырька, V – скорость жидких частиц. $D = 6\pi\mu R(1 + 0.065 Re^{2/3})^{3/2}$ – коэффициент, характеризующий вязкое сопротивление поступательному движению пузырька, $Re = [(U_n - V)2\rho R/\mu]$ – число Рейнольдса. Выражение для расчета давления, создаваемого пульсирующим пузырьком в приближении Кирквуда-Бете было получено в работе [9] в виде:

$$P_u = (P_{\infty} + B) \left[\frac{2}{n+1} + \frac{n-1}{n+1} \left(1 + \frac{n+1}{rC_{\infty}^2} \Omega_R\right)^{\frac{1}{2}} \right] - B, \quad (3)$$

где $\Omega_K = R(H+U^2/2)$ – значение инварианта Кирквуда-Бете на границе пузырька, r – расстояние от центра пузырька, на котором рассчитывается излучаемое давление. В нашем случае $r = 10 \cdot R_0$. Путем замены переменных $R = R(t)/R_0$, $\tau = f \cdot t$, $\varepsilon = P_m/P_0$, $x = 4x/\lambda$ эти уравнения приводятся к безразмерному виду. Все численные расчеты системы уравнений (1, 2) выполнены для пузырьков, находящихся в воде при температуре $20^{\circ}C$ при этом $\rho = 10^3$ кг/м³, $\sigma = 0,072$ Н/м, $\mu = 10^{-3}$ Па·сек, $P_d = 2,3$ кПа. Показатель политропы принят $\gamma = 4/3$, то есть рассматриваются адиабатические пульсации пузырька, $r = 10R_0$. Параметрами являются начальный радиус пузырька R_0 , статическое давление P_0 , амплитуда возбуждающего поля $\varepsilon = P_m/P_0$ и частота f . Расчеты проводились для таких амплитуд звукового давления, что минимальный радиус пузырька при сжатии был больше $0,1 R_0$. Все вычисления проводились при следующих начальных условиях:

$$R(0) = R_0, \quad dR(0)/dt = 0, \quad x(0) = \lambda/8, \quad dx/dt(0) = 0.$$

Хорошо известно, что в «слабых» акустических полях при наличии градиента акустического поля пульсирующий пузырек начинает перемещаться поступательно. В



частности, в поле стоячей звуковой волны линейно пульсирующие пузырьки, равновесного радиуса R_0 , будут монотонно мигрировать в пучность давления при $R_0 < R^*$ и в направлении узла давления – при $R_0 > R^*$, где R^* - радиус пузырька, частота линейного резонанса которого равна частоте возбуждающего поля. Характер пульсаций пузырька существенно усложняется в «умеренных» звуковых полях, когда амплитуда возбуждающего поля P_m становится сравнимой или несколько большей, чем статическое давление P_0 . При воздействии на пузырек вынуждающей силы с частотой близкой к частоте линейного резонанса f_0 , или с частотами $f = nf_0/m$ (где n, m – простые целые числа) пульсации пузырька принимают резонансный характер. Соотношение n/m называют порядком резонанса, при этом пузырек совершает n пульсаций за m периодов возбуждающего поля. С увеличением амплитуды возбуждающего поля основной резонанс (порядок 1/1) смещается в область низких частот и на резонансной кривой (зависимость максимального радиуса R^+ , достигаемого пузырьком при пульсациях, от частоты возбуждающего поля) появляются дополнительные нелинейные резонансы различных порядков, то есть пузырек ведет себя как нелинейная колебательная система. (Рис.3). Таким образом, характер пульсаций пузырьков, а, следовательно, и характер их взаимодействия с акустическим полем будет существенно зависеть от соотношения начального радиуса R_0 и частоты акустического поля f , а также от амплитуды P_m .

Численный анализ уравнения (1) показал, что зависимость частоты собственных пульсаций пузырька от амплитуды возбуждающего поля приводит к тому, что пузырек одного и того же равновесного радиуса R_0 , будучи помещенным в различные точки жидкости, где амплитуда возбуждающего поля различна, может оказаться как «дорезонансным», так и «зарезонансным». Дорезонансный пузырек, пульсируя с малой амплитудой в фазе с полем, мигрирует в направлении пучности давления, то есть в направлении увеличения амплитуды акустического поля. Если пульсации пузырька остаются близки к линейным, то он, достигнув поля с наибольшим значением амплитуды, попадает в положение устойчивого равновесия и, в пренебрежении эффектами диффузии и коагуляции, будет находиться там бесконечно долго. В случае же нелинейных пульсаций такое перемещение пузырька в пространстве равносильно переходу его на другую резонансную кривую (например, на рис.2 с кривой 1, соответствующей $\varepsilon = 0,495$ на кривую 2, соответствующей $\varepsilon = 1,061$).

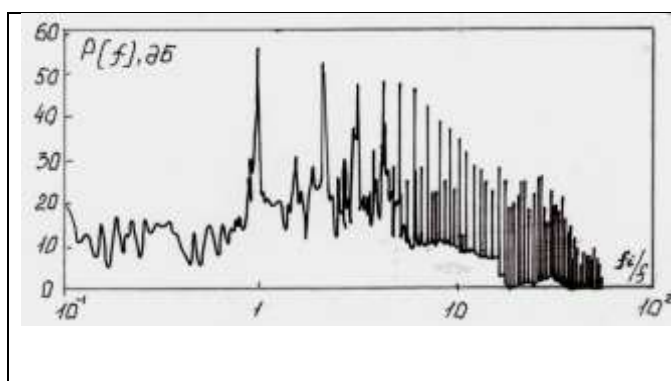


Рис.1 Спектрограмма кавитационного шума

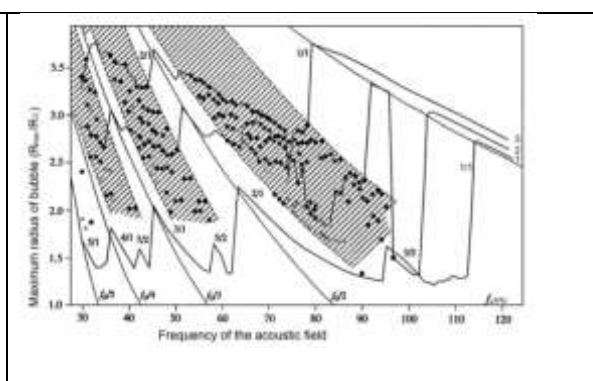


Рис. 2. Резонансные кривые пульсации полости. $R_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ м, 1 – $\varepsilon = 0.495$; 2 – $\varepsilon = 1.061$; 3 – $\varepsilon = 1.202$. f_0 - частота линейного резонанса полости. Круги – периодические пульсации. Точки – непериодические пульсации полости.

На Рис.3 приведен пример движения кавитационной полости в неоднородном акустическом поле. На рис. 3, а приведена зависимость безразмерного радиуса полости R/R_0 от безразмерного времени T . Для времени T от нуля приблизительно до 60 полость совершает периодические пульсации с небольшим возрастанием равновесного радиуса R_0 .

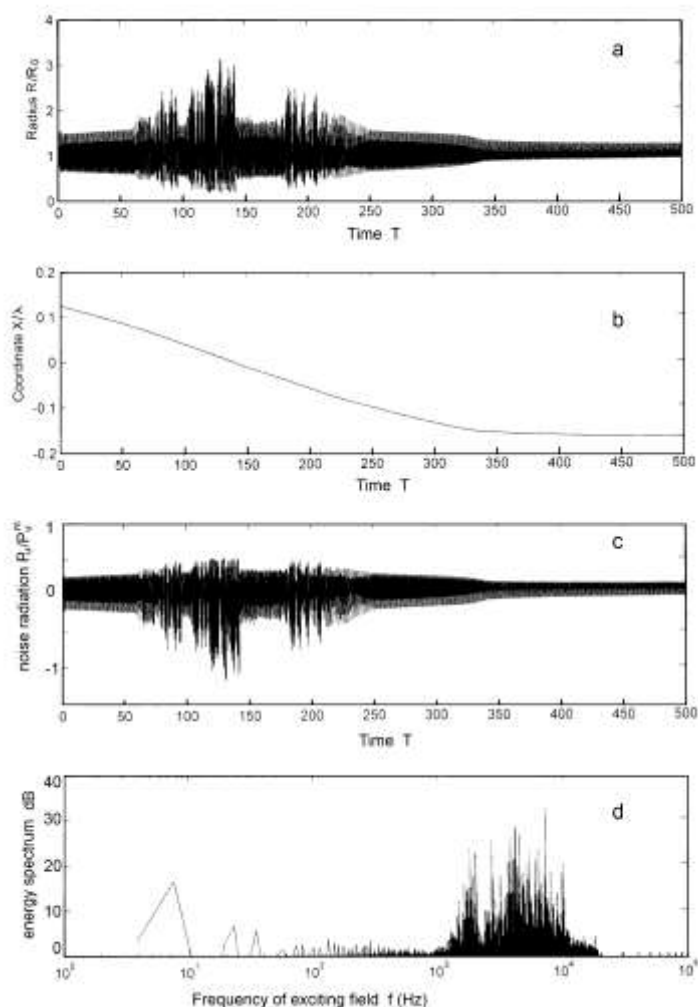


Рис. 3 Пульсации (а); поступательное движение (б); акустическое излучение (с); энергетический спектр излучения (d). $R_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, $f = 31000 \text{ Hz}$, $\varepsilon = 0.95$.

В результате перемещения полости в пучность давления (Рис.3, б, $x/\lambda=0$ - пучность), с некоторого момента времени полость становится резонансной. На Рис. 2 это означает перемещение полости на более высокие резонансные кривые. Перемещаясь поступательно, полость попадает в области стохастических пульсаций [10-15], Эти пульсации хорошо видны на рис.3,а для интервала $60 < T < 230$. Стохастические пульсации полости приводят к стохастическому акустическому излучению, приведенному на Рис.3, с. Структура сигнала давления повторяет структуру динамики кавитационной полости. В спектре излучаемого полостью давления присутствуют все характерные составляющие экспериментального спектра: гармонические, субгармонические, ультрагармонические и модуляционные составляющие, пьедесталы и шумовая компонента.

В экспериментальный спектр излучения кавитационного кластера вносят вклад множество пузырьков, пульсирующих на основном, гармонических, ультрагармонических и субгармонических резонансах. А также пузырьки, пульсирующие в области бифуркаций удвоения периода; крупномасштабные пространственные осцилляции пузырьков приводят к проявлению в спектре шума модуляционных компонент, к уширению дискретных составляющих, появлению пьедесталов около этих составляющих, К появлению сплошной составляющей и расширению спектра в область низких частот приводят следующие причины: а) стохастические пульсации одиночных пузырьков; б) миграции пузырьков в неоднородных акустических полях; в) непериодические крупномасштабные осцилляции пузырьков при больших значениях амплитуды возбуждения акустического поля; г) флуктуации амплитуды и фазы пульсаций и акустического излучения вследствие нестационарности и неоднородности акустического поля; д) взаимодействие пузырьков между собой и с поверхностями раздела, дробление пузырьков в результате потери поверхностной устойчивости;

Таким образом, решения системы уравнений (1-2) для одиночной полости, приводят к результатам, хорошо согласующимися с экспериментальными данными для кавитационного кластера.

Список литературы:

1. Коренфельд М. Упругость и прочность жидкостей. ГИТТЛ, 1951.
2. Перник А.Д. Проблемы кавитации. Л.: Судостроение, 1966.
3. Tsvetkov, Y. N., Gorbachenko, E. O., & Larin, R. N. (2020). Influence Of The Corrosion Factor On The Cavitation Wear Resistance Of Ship Propeller Alloys. *Russian Journal of Water Transport*, (62), 91-100. <https://doi.org/10.37890/jwt.vi62.12>
4. Агрест Э.М., Корец В.Л. Крупномасштабные пространственные осцилляции кавитационной полости в звуковом поле. // Акуст.ж., 1978, т.24, №1, с.1 - 9 Акуст.ж., 1972, т.18, №2, с.168 - 174.
5. Prosperetti A. Nonlinear Oscillations of Gas Bubbles in Liquids: Transient Solutions and the Connections between Subharmonic Signal and Cavitation // *J. Acoust. Soc. America*, 1975, v. 57, No 4, p. 810 – 821.
6. Lauterborn W. Numerical Investigations of Nonlinear Oscillations of Gas Bubbles in Liquids // *J. Acoust. Soc. America*, 1976, v. 59, No 2, p. 283 – 293.
7. В.И. Ильичев, В.Л. Корец, Н.П. Мельников Акустическое излучение одиночного неподвижного пузырька при периодических пульсациях. // *Акустический журнал*, т. 39, вып.1, 1993, с.101 -107.
8. Акуличев В.А., Ольшевский В.В. Связь статистических характеристик акустической кавитации и кавитационного шума // *Акустический журнал*, 1968, том.14, №1 с. 30-36.
9. В.И. Ильичев, А.А. Канзеба, Г.Н. Кузнецов, А.Т. Листров Движение газового пузырька в гидродинамическом поле обтекаемого тела. // *Труды Акустического института АН СССР*, 1969, вып. VI, 136 – 144
10. Акуличев В.А., Богуславский Я.Я., Иоффе А.А., Наугольных К.А. Излучение сферических волн конечной амплитуды // *Акустический журнал*, 1967, том.13, №3 с. 321-328
11. Lauterborn W. and Cramer E. Subharmonic route to chaos observed in acoustics // *Physical Review Letter*. 1981. v.47. No 20. p. 1445 -1448.
12. Корец В.Л., Мельников Н.П., Фрейман М.Е. О стохастических пульсациях кавитационных полостей. // *Вопросы судостроения. Серия «Акустика»*, 1983, №17, с. 62-67.
13. Lauterborn W. and Suchla E. Bifurcation superstructure in a model of acoustic turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 1984, vol. 53, 2304 – 2307
14. Plyichev V.I., Korets V.L. and Melnikov N.P Stochastic Pulsation of Bubbles in Periodic Sound Field // *Proceedings, Ultrasonic International 85*, London, 1985, p. 638-643/
15. Plyichev V.I., Korets V.L. and Melnikov N.P. Spectral characteristics of acoustic cavitation // *Ultrasonics*, 1989, vol. 27, № 6, pp. 357 – 361

STOCHASTIC PULSATIONS OF CAVITATION BUBBLES IN INHOMOGENEOUS ACOUSTIC FIELDS

Nikolai P. Melnikov



Abstract. Experimental spectra of acoustic radiation from a cavitation cluster are presented. The structure of the spectrum is discussed. theoretical substantiations of the spectrum structure are give

Keywords: cavitation bubble, stochastic pulsations, period doubling bifurcation. inhomogeneous acoustic field

