

УДК 517.925/926

Белых Владимир Николаевич^{1,2}, профессор, д. ф.-м. н., заведующий кафедрой математики ФГБОУ ВО «ВГУВТ», главный научный сотрудник кафедры ТУДС ИИТММ ННГУ им. Лобачевского,
e-mail: belykh.vn@vsuwt.ru

Барабаш Никита Валентинович^{1,2}, к. ф.-м. н., ассистент кафедры математики ФГБОУ ВО «ВГУВТ», доцент кафедры ТУДС ИИТММ ННГУ им. Лобачевского,
e-mail: barabash@itmm.unn.ru

¹ Волжский государственный университет водного транспорта, г. Нижний Новгород, Россия.

² Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

АТТРАКТОРЫ И РЕПЕЛЛЕРЫ В ОБРАТИМОЙ ТРЁХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

Аннотация. Рассмотрена система третьего порядка с цилиндрическим фазовым пространством, описывающая систему фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). В этой системе, обладающей свойством обратимости, проведено качественно-численное исследование аттракторов и репеллеров. Указано условие существования в системе смешанной динамики.

Ключевые слова: динамическая система, аттрактор, репеллер, фазовая автоподстройка.

В последние годы возрос интерес к обратимым динамическим системам [1 – 3], т.е. системам, инвариантным относительно замены времени на обратное и линейного преобразования координат. Простым примером такой «системы» является уравнение фазовой автоподстройки первого порядка

$$\frac{d\varphi}{dt} = \gamma - \cos \varphi, \quad (1)$$

которое не изменяется при замене $(t, \varphi) \rightarrow (-t, -\varphi)$. При этом устойчивое равновесие (аттрактор) становится неустойчивым (репеллером), а неустойчивое – устойчивым. С обратимыми системами связано понятие смешанной динамики [1], когда аттрактор и репеллер пересекаются. Для примера (1) – это случай $\gamma = 1$.

В многомерном случае смешанная динамика может быть значительно сложнее, например, хаотической.

В работе рассматривается трёхмерная модель ФАПЧ вида

$$\dot{\varphi} = x, \quad \dot{x} = y, \quad \dot{y} = \gamma - \lambda x + ay \sin \varphi - \cos \varphi. \quad (2)$$

Эта система обратима, поскольку она инвариантна относительно замены $(t, \varphi, y) \rightarrow (-t, -\varphi, -y)$. При бифуркации двух состояний равновесия (седло-узел в нулевой точке) система (1) демонстрирует смешанную динамику. В работе качественно-численными методами проведён анализ аттракторов и репеллеров системы (2). Получено, что при достаточно малых $|1 - \gamma|$ аттрактор и репеллер «компьютерно» неразличимы.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 22-21-00553).

Список литературы:

1. Гонченко С. В., Тураев Д. В. О трех типах динамики и понятии аттрактора // Сборник статей. К 80-летию со дня рождения академика Дмитрия Викторовича Аносова, Труды МИАН. – 2017. – Т. 297. – С. 133-157.
2. Гонченко С.В. Три формы динамического хаоса // Изв. вузов. Радиофизика. – 2020. – Т. 63. – №. 9. – С. 840-862.
3. Turaev D. A criterion for mixed dynamics in two-dimensional reversible maps // Chaos – 2021. – Т. 31. – №. 4 – С. 043133.

ATTRACTORS AND REPELLERS IN A REVERSIBLE THREE-DIMENSIONAL MODEL OF PHASE LOCKED LOOP

Vladimir N. Belykh, Nikita V. Barabash

Abstract. A third-order system with a cylindrical phase space is considered, which describes a phase locked loop system (PLL). In this system, which has the property of reversibility, a qualitative-numerical study of attractors and repellers was carried out. The condition for the existence of mixed dynamics in the system is indicated.

Keywords: dynamical system, attractor, repeller, phase-locked loop

