

УДК 528.282:528.281

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ФАКТОРА PDOP В СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Крит Андрей Александрович¹, аспирант, заведующий лабораторией

e-mail: qgc89092850880@gmail.com

Федосенко Юрий Семенович¹, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой Систем информационной безопасности, управления и телекоммуникаций

e-mail: fds1707@mail.com

¹ Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород, Россия

Аннотация. В данной работе приведено теоретическое исследование геометрического фактора позиционирования навигационных систем ГЛОНАСС Position Dilution of Precision – PDOP, определяемый в зависимости от спутникового созвездия – взаимного расположения навигационных спутников по системе ECEF. Разработана модель, позволяющая вручную задавать геометрию спутникового созвездия, а также приемных устройств, которые могут располагаться как в воздушном пространстве, так и на поверхности планеты Земля. Разработанная модель может иметь широкую применимость, в частности, в моделировании систем безэкипажного судовождения, позволяя рассмотреть вероятную достоверность позиционирования в самых разных местах нашей планеты.

Ключевые слова: навигация, ГЛОНАСС, модель, точность позиционирования, элевация.

MODELING AND ANALYSIS OF POSITION DILUTION OF PRECISION (PDOP) FOR SATELLITE NAVIGATION SYSTEMS

Andrey A. Krit¹, Doctoral student, Head of laboratory

e-mail: qgc89092850880@gmail.com

Yuri S. Fedosenko¹, Professor, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Information Security Systems, Management and Telecommunications

e-mail: fds1707@mail.com

¹ Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. This paper presents a theoretical study of the geometric factor of positioning of GLONASS navigation systems Position Dilution of Precision - PDOP, determined depending on the satellite constellation – mutual location of navigation satellites according to the ECEF system. A model has been developed that allows to manually set the geometry of the satellite constellation, as well as receiving devices, which can be located both in the airspace and on the surface of the planet Earth. The model developed may have wide applicability, in particular in uncrewed navigation systems, allowing consideration to be given to the likely reliability of positioning in a wide variety of locations on our planet.

Keywords: navigation, GLONASS, model, positioning accuracy, elevation.

Введение

PDOP (Position Dilution of Precision) – это коэффициент, характеризующий геометрическое качество расположения спутников относительно наблюдателя. Он показывает, насколько точность измерений псевдодальностей влияет на точность определения местоположения. Чем меньше значение PDOP, тем лучше геометрия спутников и выше точность позиционирования. Обычно значения PDOP ниже 2 считаются отличными, а выше 6 – плохими.

Все входные данные в модели задаются в системе ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed), которая является декартовой системой координат, связанной с центром Земли. Ось X направлена к пересечению экватора и начального меридиана, ось Y — перпендикулярно оси X в плоскости экватора, ось Z — по оси вращения Земли. Единицы измерения координат могут быть в километрах или метрах, в зависимости от реализации. На рисунке 1 показаны оси по системе ECEF.

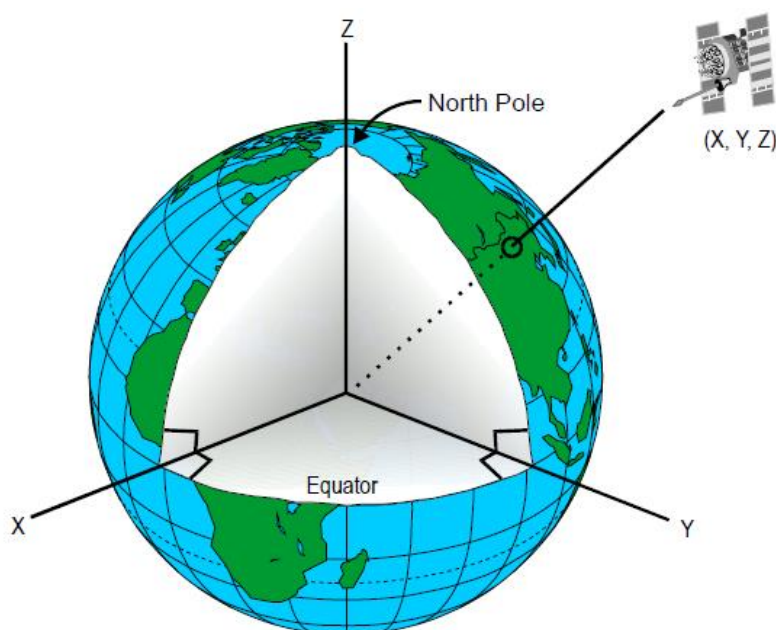


Рисунок 1 – Оси ECEF

Модель принимает на вход координаты пользователя и спутников в системе ECEF, параметры эллипсоида WGS-84 и пороговый угол элевации. Под углом элевации понимается угол, получаемый между вектором от плоскости, в которой находится пользователь, к небесному объекту.

На выходе модель выдает следующие данные: геодезические координаты пользователя, спутников, графическое представление видимости спутникового созвездия на проекции WGS-84, матрицу направлений на видимые спутники и само значение PDOP. Непосредственно PDOP рассчитывается так, как приведено в уравнении 1.

$$PDOP = \frac{1}{\sqrt{\Delta(G^T G)}}, \quad (1)$$

где G – матрица направлений;

G^T – транспонированная матрица направлений.

Алгоритм расчета PDOP

Ниже представлен полный алгоритм расчёта значения PDOP (геометрического фактора точности), с учётом угла элевации. Он включает следующие этапы. С использованием параметров эллипсоида WGS-84 координаты переводятся из ECEF в геодезические методом Боуринга [1]. Определяется угол элевации для каждого спутника – через скалярное произведение единичных векторов направления от пользователя к спутнику и к центру Земли. Спутники с углом элевации выше порога считаются видимыми.

Для них формируется матрица направлений, которая транспонируется и перемножается, получая матрицу Грама [2]. PDOP рассчитывается как обратная зависимость от корня квадратного из её определителя (1), характеризующего пространственную конфигурацию спутников: чем выше значение, тем точнее позиционирование [3].

Моделирование

Моделирование проводилось при совместном участии систем ГЛОНАСС + NAVSTAR, в которых, в сумме 48 рабочих спутников равномерно распределяются по трем орбитам (8 спутников на орбиту) для ГЛОНАСС и по шести орбитам (4 спутника на орбиту) для NAVSTAR [4]. В качестве места расчетов был выбран город Нижний Новгород с координатами: «56.327113с.ш., 44.017027в.д.». На рисунках, приводимых ниже, были приняты следующие обозначения. Для легенды: G – ГЛОНАСС, N – NAVSTAR, цифра после названия системы – порядковый номер спутника в модели, далее три столбца – широта, долгота, высота над поверхностью эллипсоида в километрах, затем флаг видимости спутника – «v» видимый и «nv» не видимый. На проекции эллипсоида WGS-84, видимые спутники выделены укрупненным шрифтом.

Для первого расчета возьмем угол элевации равным 10 градусов и совместное использование двух систем. На рисунке 2(а, б) приведем легенду с координатами спутников и проекцию эллипсоида WGS-84 на плоскость с видимыми пользователю спутниками.

Легенда и координаты точек

Пользователи и ГЛОНАСС				NAVSTAR			
●	Nizh.Nov.:	56.33°	44.02°	-0.04 km	–	N1 :	0.00° 0.00° 20192.86 km (nv)
★	G1 :	39.82°	23.06°	19101.57 km (v)	★	N2 :	55.04° 90.00° 20207.08 km (v)
★	G2 :	64.84°	90.00°	19110.18 km (v)	–	N3 :	0.00° 180.00° 20192.86 km (nv)
–	G3 :	39.82°	156.94°	19101.57 km (nv)	–	N4 :	-55.04° -90.00° 20207.08 km (nv)
–	G4 :	0.00°	180.00°	19092.86 km (nv)	★	N5 :	45.23° 104.81° 20203.55 km (v)
–	G5 :	-39.82°	-156.94°	19101.57 km (nv)	–	N6 :	24.21° -138.32° 20196.44 km (nv)
–	G6 :	-64.84°	-90.00°	19110.18 km (nv)	–	N7 :	-45.23° -75.19° 20203.55 km (nv)
–	G7 :	-39.82°	-23.06°	19101.57 km (nv)	–	N8 :	-24.21° 41.68° 20196.44 km (nv)
–	G8 :	-0.00°	-0.00°	19092.86 km (nv)	–	N9 :	45.23° -104.81° 20203.55 km (nv)
–	G9 :	13.57°	-66.51°	19094.03 km (nv)	–	N10:	-24.21° -41.68° 20196.44 km (nv)
–	G10:	-26.94°	-46.19°	19097.23 km (nv)	–	N11:	-45.23° 75.19° 20203.55 km (nv)
–	G11:	-60.97°	-2.18°	19109.03 km (nv)	–	N12:	24.21° 138.32° 20196.44 km (nv)
–	G12:	-51.64°	83.59°	19105.89 km (nv)	–	N13:	0.00° -0.00° 20192.86 km (nv)
–	G13:	-13.57°	113.49°	19094.03 km (nv)	–	N14:	-55.04° 90.00° 20207.08 km (nv)
–	G14:	26.94°	133.81°	19097.23 km (nv)	–	N15:	-0.00° 180.00° 20192.86 km (nv)
★	G15:	60.97°	177.82°	19109.03 km (v)	★	N16:	55.04° -90.00° 20207.08 km (v)
–	G16:	51.64°	-96.41°	19105.89 km (nv)	–	N17:	-45.23° 104.81° 20203.55 km (nv)
–	G17:	-60.97°	-177.82°	19109.03 km (nv)	–	N18:	-24.21° -138.32° 20196.44 km (nv)
–	G18:	-26.94°	-133.81°	19097.23 km (nv)	–	N19:	45.23° -75.19° 20203.55 km (nv)
–	G19:	13.57°	-113.49°	19094.03 km (nv)	★	N20:	24.21° 41.68° 20196.44 km (v)
★	G20:	51.64°	-83.59°	19105.89 km (v)	–	N21:	-45.23° -104.81° 20203.55 km (nv)
★	G21:	60.97°	2.18°	19109.03 km (v)	–	N22:	24.21° -41.68° 20196.44 km (nv)
★	G22:	26.94°	46.19°	19097.23 km (v)	★	N23:	45.23° 75.19° 20203.55 km (v)
–	G23:	-13.57°	66.51°	19094.03 km (nv)	–	N24:	-24.21° 138.32° 20196.44 km (nv)
–	G24:	-51.64°	96.41°	19105.89 km (nv)			

Рисунок 2(а) – Координаты спутников и наблюдателя

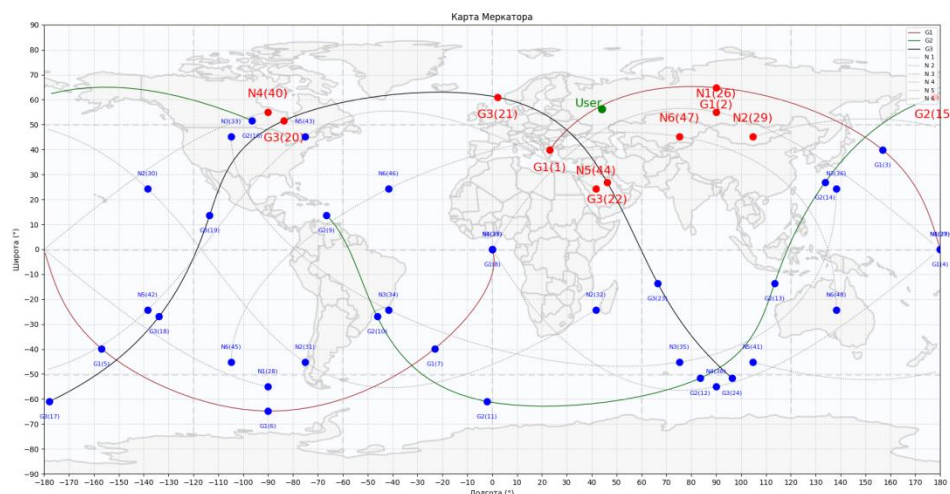


Рисунок 2(б) – Проекция эллипсоида для угла элевации 10 градусов

При условиях, приведенных на рисунка 2(а, б), параметр PDOP становится равным 0.165821, что можно считать эталонным. Изменим угол элевации, сделаем его равным 45 градусам (представим, что пользователь находится в теневой зоне городской застройки, либо в узкости, с высокими и крутыми берегами). Тогда зона видимости выглядит следующим образом, на рисунке 3 (а, б):

Легенда и координаты точек

Пользователи и ГЛОНАСС				NAVSTAR			
●	Nizh. Nov. :	56.33°	44.02°	-0.04 km	—	N1 :	0.00° 0.00° 20192.86 km (nv)
★	G1 :	39.82°	23.06°	19101.57 km (v)	★	N2 :	55.04° 90.00° 20207.08 km (v)
★	G2 :	64.84°	90.00°	19110.18 km (v)	—	N3 :	0.00° 180.00° 20192.86 km (nv)
—	G3 :	39.82°	156.94°	19101.57 km (nv)	—	N4 :	-55.04° -90.00° 20207.08 km (nv)
—	G4 :	0.00°	180.00°	19092.86 km (nv)	—	N5 :	45.23° 104.81° 20203.55 km (nv)
—	G5 :	-39.82°	-156.94°	19101.57 km (nv)	—	N6 :	24.21° -138.32° 20196.44 km (nv)
—	G6 :	-64.84°	-90.00°	19110.18 km (nv)	—	N7 :	-45.23° -75.19° 20203.55 km (nv)
—	G7 :	-39.82°	-23.06°	19101.57 km (nv)	—	N8 :	-24.21° 41.68° 20196.44 km (nv)
—	G8 :	-0.00°	-0.00°	19092.86 km (nv)	—	N9 :	45.23° -104.81° 20203.55 km (nv)
—	G9 :	13.57°	-66.51°	19094.03 km (nv)	—	N10 :	-24.21° -41.68° 20196.44 km (nv)
—	G10 :	-26.94°	-46.19°	19097.23 km (nv)	—	N11 :	-45.23° 75.19° 20203.55 km (nv)
—	G11 :	-60.97°	-2.18°	19109.03 km (nv)	—	N12 :	24.21° 138.32° 20196.44 km (nv)
—	G12 :	-51.64°	83.59°	19105.89 km (nv)	—	N13 :	0.00° -0.00° 20192.86 km (nv)
—	G13 :	-13.57°	113.49°	19094.03 km (nv)	—	N14 :	-55.04° 90.00° 20207.08 km (nv)
—	G14 :	26.94°	133.81°	19097.23 km (nv)	—	N15 :	-0.00° 180.00° 20192.86 km (nv)
—	G15 :	60.97°	177.82°	19109.03 km (nv)	—	N16 :	55.04° -90.00° 20207.08 km (nv)
—	G16 :	51.64°	-96.41°	19105.89 km (nv)	—	N17 :	-45.23° 104.81° 20203.55 km (nv)
—	G17 :	-60.97°	-177.82°	19109.03 km (nv)	—	N18 :	-24.21° -138.32° 20196.44 km (nv)
—	G18 :	-26.94°	-133.81°	19097.23 km (nv)	—	N19 :	45.23° -75.19° 20203.55 km (nv)
—	G19 :	13.57°	-113.49°	19094.03 km (nv)	★	N20 :	24.21° 41.68° 20196.44 km (v)
—	G20 :	51.64°	-83.59°	19105.89 km (nv)	—	N21 :	-45.23° -104.81° 20203.55 km (nv)
★	G21 :	60.97°	2.18°	19109.03 km (v)	—	N22 :	24.21° -41.68° 20196.44 km (nv)
★	G22 :	26.94°	46.19°	19097.23 km (v)	★	N23 :	45.23° 75.19° 20203.55 km (v)
—	G23 :	-13.57°	66.51°	19094.03 km (nv)	—	N24 :	-24.21° 138.32° 20196.44 km (nv)
—	G24 :	-51.64°	96.41°	19105.89 km (nv)			

Рисунок 3(а) – Координаты спутников и наблюдателя

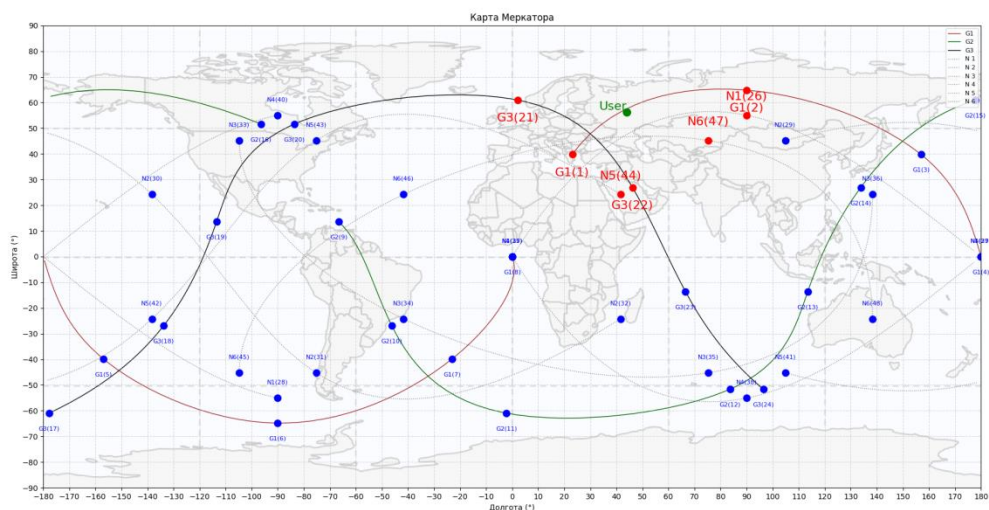


Рисунок 3(б) – Проекция эллипсоида для угла элевации 45 градусов

Как становится видно, видимое количество спутников снизилось с 11 до 7 штук, что повлияло на PDOP, который стал равен 0.489298.

Для сравнения проведем анализ раздельного расчета двух систем при угле элевации 45 градусов. Приведем новую геометрию на рисунке 4 (а-г), на рисунках 4(а, б) система NAVSTAR, на рисунках 4(в, г) система ГЛОНАСС. При данных условиях, для системы NAVSTAR PDOP стал равен 13.004256, а для ГЛОНАСС 1.159227. Это обосновывается тем фактором, что геометрия у NAVSTAR получается сильно хуже, чем у ГЛОНАСС. У NAVSTAR в линию 3 спутника с одной стороны наблюдения, в то время как у ГЛОНАСС 4 спутника, из которых 3 с одной стороны, и еще 1 с другой стороны, что обеспечивает покрытие небосвода [5].

Легенда и координаты точек

●	Nizh.Nov.:	56.33°	44.02°	-0.04 km
—	N1 :	0.00°	0.00°	20192.86 km (nv)
★	N2 :	55.04°	90.00°	20207.08 km (v)
—	N3 :	0.00°	180.00°	20192.86 km (nv)
—	N4 :	-55.04°	-90.00°	20207.08 km (nv)
—	N5 :	45.23°	104.81°	20203.55 km (nv)
—	N6 :	24.21°	-138.32°	20196.44 km (nv)
—	N7 :	-45.23°	-75.19°	20203.55 km (nv)
—	N8 :	-24.21°	41.68°	20196.44 km (nv)
—	N9 :	45.23°	-104.81°	20203.55 km (nv)
—	N10:	-24.21°	-41.68°	20196.44 km (nv)
—	N11:	-45.23°	75.19°	20203.55 km (nv)
—	N12:	24.21°	138.32°	20196.44 km (nv)
—	N13:	0.00°	-0.00°	20192.86 km (nv)
—	N14:	-55.04°	90.00°	20207.08 km (nv)
—	N15:	-0.00°	180.00°	20192.86 km (nv)
—	N16:	55.04°	-90.00°	20207.08 km (nv)
—	N17:	-45.23°	104.81°	20203.55 km (nv)
—	N18:	-24.21°	-138.32°	20196.44 km (nv)
—	N19:	45.23°	-75.19°	20203.55 km (nv)
★	N20:	24.21°	41.68°	20196.44 km (v)
—	N21:	-45.23°	-104.81°	20203.55 km (nv)
—	N22:	24.21°	-41.68°	20196.44 km (nv)
★	N23:	45.23°	75.19°	20203.55 km (v)
—	N24:	-24.21°	138.32°	20196.44 km (nv)

Рисунок 4(а) – Координаты спутников и наблюдателя NAVSTAR

Легенда и координаты точек

●	Nizh.Nov.:	56.33°	44.02°	-0.04 km
★	G1 :	39.82°	23.06°	19101.57 km (v)
★	G2 :	64.84°	90.00°	19110.18 km (v)
—	G3 :	39.82°	156.94°	19101.57 km (nv)
—	G4 :	0.00°	180.00°	19092.86 km (nv)
—	G5 :	-39.82°	-156.94°	19101.57 km (nv)
—	G6 :	-64.84°	-90.00°	19110.18 km (nv)
—	G7 :	-39.82°	-23.06°	19101.57 km (nv)
—	G8 :	-0.00°	-0.00°	19092.86 km (nv)
—	G9 :	13.57°	-66.51°	19094.03 km (nv)
—	G10:	-26.94°	-46.19°	19097.23 km (nv)
—	G11:	-60.97°	-2.18°	19109.03 km (nv)
—	G12:	-51.64°	83.59°	19105.89 km (nv)
—	G13:	-13.57°	113.49°	19094.03 km (nv)
—	G14:	26.94°	133.81°	19097.23 km (nv)
—	G15:	60.97°	177.82°	19109.03 km (nv)
—	G16:	51.64°	-96.41°	19105.89 km (nv)
—	G17:	-60.97°	-177.82°	19109.03 km (nv)
—	G18:	-26.94°	-133.81°	19097.23 km (nv)
—	G19:	13.57°	-113.49°	19094.03 km (nv)
—	G20:	51.64°	-83.59°	19105.89 km (nv)
★	G21:	60.97°	2.18°	19109.03 km (v)
★	G22:	26.94°	46.19°	19097.23 km (v)
—	G23:	-13.57°	66.51°	19094.03 km (nv)
—	G24:	-51.64°	96.41°	19105.89 km (nv)

Рисунок 4(в) – Координаты спутников и наблюдателя ГЛОНАСС

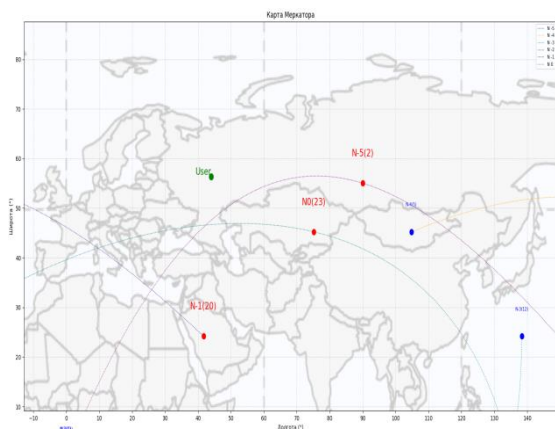


Рисунок 4(б) – Проекция эллипсоида для угла элевации 45 градусов, NAVSTAR

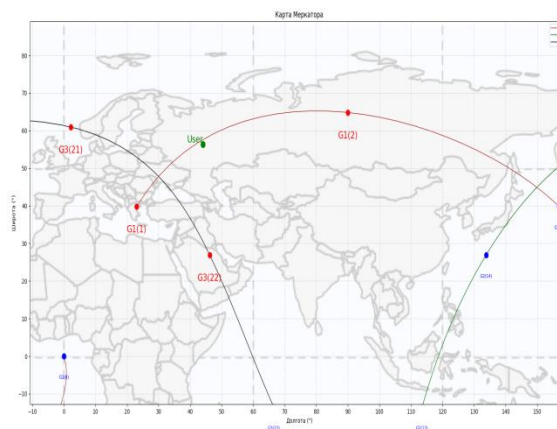


Рисунок 4(г) – Проекция эллипсоида для угла элевации 45 градусов, ГЛОНАСС

Вывод

В данной работе представлено теоретическое исследование геометрического фактора точности позиционирования (PDOP) для спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС+NAVSTAR. Разработана модель, позволяющая вручную задавать геометрию спутникового созвездия и положение приемных устройств как на поверхности Земли, так и в воздушном пространстве. Полученные результаты подтверждают утверждение, что равномерное распределение видимых спутников позволяют получить низкие (<1) значения PDOP. Также выявлены случаи, что равномерное, но близкое к линейному распределение орбитальной группировки приводит к повышению PDOP, в том числе, с условием, что аппаратов будет более 3. Разработанная модель может найти применение для оценки навигационной обстановки в сложных условиях, например для внутренних водных путей в городской застройке, либо для случаев закрытия небосвода иными объектами.

Список литературы

1. Bowring B. R. Transformation from spatial to geographical coordinates // Survey Review. – 1976. – Vol. 23 – № 181. – P. 323–327.
2. Wikipedia. Gram matrix [Электронный ресурс]: свободная энциклопедия – / Wikipedia. – Электронные данные. Режим доступа: URL.: https://en.wikipedia.org/wiki/Gram_matrix, свободный – (дата обращения 21.05.2025).
3. Антонович, К. М. Коэффициенты потери точности / К. М. Антонович // Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии : в 2 т. — Москва, 2006. — Т. 2. — С. 12.
4. ГЛОНАСС: принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — 3-е изд., перераб. — М.: Радиотехника, 2005. — 688 с. — 1000 экз. — ISBN 5-93108-076-7.
5. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / под ред. В. С. Шебшаевича ; В. С. Шебшаевич, П. П. Дмитриев, Н. В. Иванцев и др. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1993. — 408 с. — ISBN 5-256-00174-4.