

УДК 534.231; 534.87

МЕЖМАСШТАБНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СВОБОДНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Рыжов Николай Александрович¹, кандидат физико-математических наук
e-mail: rynica@gmail.com

¹ Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород, Россия

Аннотация. В работе исследована связь между мелкомасштабной и крупномасштабной структурой свободной турбулентности. Разработана соответствующая методика анализа, реализованная для обработки экспериментов по акустическому зондированию атмосферы.

Ключевые слова: атмосферная турбулентность, внутренняя структура турбулентности, акустическое зондирование.

INTERSCALE INTERRELATION IN FREE TURBULEN'S STRUCTURE

Nickolay A. Ryzhov¹, Candidate of Physico-mathematical Sciences
e-mail: rynica@gmail.com

¹ Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. The paper investigates the relationship between small-scale and large-scale structure of free turbulence. A corresponding analysis technique has been developed and implemented for processing experiments on acoustic sounding of the atmosphere.

Keywords: atmospheric turbulence, internal structure of turbulence, acoustic sounding.

Обычно при рассмотрении турбулентных процессов используют представление, сформированное на основе модели турбулентности А.Н. Колмогорова, основанной на энергетических соотношениях [1-4]. В данной модели предполагается, что процессы стационарны и выполняется условие эргодичности, тогда можно рассматривать турбулентное движение как трансформацию крупномасштабных вихревых движений среды внешнего масштаба L , где происходит зарождение турбулентности, в более мелкомасштабные, причем при этом осуществляется переток энергии между масштабами вплоть до внутреннего масштаба l_0 определяемого вязкостью среды, на котором происходит диссипация энергии. Процесс предполагается однородным и изотропным [5]. В данной модели имеется только один параметр ε характеризующий величину перетока энергии между различными масштабами, одинаковый для всех масштабов внутри т.н. инерционного интервала масштабов от внешнего до внутреннего ($l_0 < l < L$). Для развитой колмогоровской турбулентности в инерционном интервале справедливы следующие соотношения:

$$\varepsilon \sim \frac{V_\lambda}{\lambda}, \quad V_\lambda \sim (\varepsilon \lambda)^{\frac{1}{3}}, \quad (1)$$

где V_λ - характерная скорость вихревых движений, на пространственном масштабе λ .

Для развитой колмогоровской турбулентности распределение энергии по пространственным и временным масштабам определяется известными соотношениями:

$$F_V(\chi) = 0.061 C_V^2 \chi^{-5/3}, \quad (2)$$

где $F_V(\chi)$ - спектральная плотность вариации скорости на пространственной гармонике с волновым числом χ , а постоянные флуктуаций C_V^2 определяются из выражения для структурной функций скорости:

$$D_V = [V(\vec{r}_0) - V(\vec{r}_0 + \vec{r})]^2 = C_V^2 |\vec{r}|^{2/3}, \quad (3)$$

В отличие от внутреннего масштаба l_0 , внешний масштаб L строго не определен, обычно под ним понимается характерный масштаб задачи. Однако в случае свободной турбулентности, режим которой может реализовываться во вмерзженных турбулентных потоках (движущихся вместе с ветром, или в рамках течений) такой масштаб задать достаточно сложно. Между тем в средах, где наблюдается высокий уровень турбулентности (в частности в приземном слое атмосферы), встает вопрос о внешнем размере развитой турбулентности, так же как и о временной эволюции турбулентных неоднородностей, особенно крупномасштабных автономных вихрей, которые регулярно наблюдаются в атмосфере. Сказанное выше справедливо не только для атмосферы, но и для всех сред где возможно турбулентное движение, в частности для жидких сред. Наличие же в движущейся среде крупномасштабных вихрей и их динамика очевидно оказывает влияние на безопасность транспортных средств.

Помимо вопроса внешнего масштаба указанных автономных турбулентных вихрей, наличие таких вихрей, также связано с внутренней структурой турбулентного движения. Так, в колмогоровской модели турбулентности рассматривается спектр масштабов турбулентности – зависимость энергии вихревого движения от размера вихрей, при этом структура распределения этих вихрей в пространстве моделью не определена и может иметь совершенно различный характер. В частности, может быть как «иерархична» (т.е. более мелкомасштабные вихри равномерно распределены по объему крупномасштабного, в котором они зарождаются), так и «фрактальные», когда мелкомасштабные движения зарождаются на границе более крупномасштабных. Между тем указанная пространственная структура будет иметь влияние на общий характер турбулентного потока.

Для анализа пространственного спектра обычно применяют функции пространственной корреляции. Однако, полученные таким образом сведения относятся лишь к одному масштабу и не отражают связи между различными масштабами. Однако, как было указано выше, имеют значение межмасштабные связи в турбулентной структуре, которые при таком «точечном» рассмотрении выявить не получается.

Турбулентную среду можно рассматривать как набор «частиц» – вихрей различных масштабов, при этом возможны различные характеры их взаимодействия и взаимного расположения. Соответственно, корреляционные соотношения между «частицами» различных размеров и требуется выяснить. Предложенный способ анализа связи между масштабами внутренней структуры свободной турбулентности основан на использовании моментов четвертого порядка, когда вместо функции, характеризующей спектр поля (или интенсивности) используется функция Фурье-сопряженная функции Вигнера. Данный подход позволяет рассмотреть связь между сильно различающимися масштабами в турбулентной среде

Одним из методов исследования турбулентных движений является акустическое зондирование. В этом методе регистрируется акустический сигнал, рассеянный на



различных, в т.ч. ветровых и вихревых неоднородностях в атмосфере. Предполагается, что при этом можно использовать борновское приближение, поэтому можно считать, что полный сигнал является суммой сигналов, рассеянных на различных неоднородностях. [1]. При этом выполняется условие брэгговского синхронизма – размер l вихревых неоднородностей, на которых происходит рассеяние соответствует длине акустической волны $l = \lambda_a/2$. Для доплеровского сдвига частоты при рассеянии под углом α при этом можно записать условие

$$2\pi F_D = (\vec{k}_r - \vec{k}_t) \vec{V} \text{ или } F_D = -V_\alpha \cdot \frac{F_0}{c_a} (1 - \cos(\alpha)), \quad (4)$$

где F_0 – частота зондирующего импульса;

$\vec{k}_r$ и $\vec{k}_t$ – волновые числа отраженной и излученной волн;

c_a – скорость звука;

$\vec{V}$ – скорость вихревого движения соответствующего масштаба, при этом длина волны определяется как $\lambda_a = c_a/2\pi F_0$.

Таким образом, осуществляя зондирование на заданной частоте звука, мы получаем информацию о интенсивности рассеяния на неоднородностях соответствующего масштаба $l = \lambda_a/2$, а при зондировании на разных частотах – относительную интенсивность для различных масштабов, т.е. искомый пространственный спектр. Однако, необходимый диапазон частот достаточно широк и захватывает весьма низкие частоты, поскольку указанный интервал масштабов, соответствующий всему диапазону масштабов в нижней атмосфере, простирается от сантиметров до десятков метров, то возникают сложности с перестройкой частоты, требующей увеличения линейных размеров излучателя. Тем не менее, измерения пространственного распределения плотности рассеивателей (вихрей соответствующего масштаба) возможны без подобных сложностей при использовании амплитудно-модулированного сигнала, поскольку изменение «длины волны модуляции» $\lambda' = c_a/\Delta\Omega$, где $\Delta\Omega$ – частота модуляции, не связано с большими трудностями. Нужно подчеркнуть, что рассеяние при этом происходит на неоднородностях с размерами половины длины волны основного, высокочастотного сигнала, а на разностной частоте осуществляется рассеяние на неоднородностях плотности рассеивателей. Однако если концентрация этих рассеивателей связана с масштабом вихрей, то указанный метод позволит исследовать пространственный спектр вихрей в широком интервале масштабов.

При использовании указанного выше подхода мы получаем фактически корреляционные соотношения, которые относятся к связям масштабов, тогда естественно использовать для проведения исследований в этом направлении моменты более высокого, в частности четвертого, порядка.

Для случая дистанционных исследований турбулентности (в частности акустического зондирования) с использованием монохроматического зондирования при выполнении условия $L \ll R$, где L – линейный размер объема рассеяния, R – расстояние от приемника (передатчика) до этого объема, регистрируемый сигнал для случая плоской волны может быть представлен как:

$$P_s = P_t \frac{e^{ikR}}{2\pi R} k^2 \int_V e^{2ikz} \varepsilon(z, t) dz, \quad (5)$$

где P_s – поле рассеянного сигнала;

P_t – падающая волна;

R – расстояние до области рассеяния

k – волновое число;

$\varepsilon(z, t)$ – задает распределение неоднородностей в области рассеяния, точнее скорость турбулентного движения вдоль луча зондирования, или же, что то же самое – распределение неоднородностей скорости в области рассеяния).



Для моностатического зондирования, когда приемник и передатчик находятся в одной точке (в 0), выражение (5) можно переписать в виде:

$$u = e^{-i\Omega t} \int e^{2ikz} \varepsilon(z) dz, \quad (6)$$

где Ω – акустическая частота, а $\int e^{2ikz} \varepsilon(z) dz$ – комплексная амплитуда спектральной компоненты рассеянного поля, являющаяся случайной величиной.

Пусть зондирующий сигнал представляет собой сумму двух сигналов на частотах Ω_1 и Ω_2 , волновые числа, соответственно – волновое число k_1 и k_2 :

$$u_1 = A_1 e^{-i\Omega_1 t} \int e^{2ik_1 z} \varepsilon_1(z) dz \quad (7a)$$

$$u_2 = A_2 e^{-i\Omega_2 t} \int e^{2ik_2 z} \varepsilon_2(z) dz, \quad (7b)$$

тогда регистрируемый сигнал будет выражаться как:

$$u = u_1 + u_2 = A_1 e^{-i\Omega_1 t} \int e^{2ik_1 z} \varepsilon_1(z) dz + A_2 e^{-i\Omega_2 t} \int e^{2ik_2 z} \varepsilon_2(z) dz \quad (8)$$

Таким образом интенсивность смешанного сигнала будет определяться как:

$$I = (u_1 + u_2) \cdot (u_1 + u_2)^* = u_1 u_1^* + u_2 u_2^* + u_1 u_2^* + u_2 u_1^*.$$

Произведения $u_1 u_1^*$ и $u_2 u_2^*$ не содержат осциллирующих членов (добавляют постоянный «фон»), произведения же $u_1 u_2^*$ и $u_2 u_1^*$ будут содержать компоненту, связанную с разностной частотой, и если убрать неосциллирующие члены получим:

$$J = u_1 u_2^* = A_1 A_2^* e^{-i(\Omega_1 t - \Omega_2 t)} \int e^{2i(k_1 z_1 - k_2 z_2)} \varepsilon_1(z_1) \varepsilon_2^*(z_2) dz_1 dz_2 \quad (9)$$

В случае, когда рассеиватели δ -коррелированы, т.е. $\varepsilon(z_1) \varepsilon^*(z_2) = \sigma(z_1) \delta(z_1 - z_2)$, получаем:

$$J = A_1 A_2^* e^{-i\Delta\Omega t} \Phi(2\Delta k), \quad (10)$$

где $\Phi(k) = \int e^{ikz} \sigma(z) dz$ — спектральная плотность для поперечников рассеяния σ , соответствующая пространственной частоте k , $\Delta k = k_1 - k_2$. При этом, $N = \int_V \sigma(z) dz$ – число элементарных рассеивателей (вихрей) в объеме рассеяния. С учетом предположения о δ -коррелированности рассеивателей в объеме для измерения пространственного распределения плотности рассеивателей необходимо произвести усреднение за весь сеанс (полагая, что за время сеанса структура исследуемого объема изменяется слабо). В реальной ситуации спектр отличается от δ -функции и обладает конечной шириной, между тем, можно считать, что для различных отдельных импульсов зондирования эксперимента каждая посылка статистически независима и средние характеристики рассеивающего объема меняются слабо.

В результате указанного усреднения получим функцию являющуюся моментом 4-го порядка которой останутся только члены, соответствующие 0 частоте и частоте $\Delta\Omega - 2\Delta k \cdot \bar{v}$, где $\bar{v}$ – средняя скорость ветрового сноса, т.е.

$$H(\Delta\Omega) = \langle J \cdot J^* \rangle = 2|A_1|^2 |A_2|^2 \cdot \delta(\omega - \Delta\Omega + 2\Delta k \bar{v}) < |\Phi(2\Delta k)|^2 > + (|A_1|^2 + |A_2|^2)^2 N^2$$

или после нормировки:

$$H'(\Delta\Omega) = C \cdot \delta(\omega - \Delta\Omega + 2\Delta k \bar{v}) \cdot < |\Phi(2\Delta k)|^2 > \quad (11)$$

Таким образом, измеряя величину

$$H' = \langle J J^* \rangle = \langle u_1 u_2^* \cdot u_1^* u_2 \rangle = \langle \Phi(2\Delta k) \cdot \Phi^*(2\Delta k) \rangle \quad (12)$$

мы получим спектральную компоненту пространственного распределения поперечника рассеяния акустических волн для масштаба, характеризуемого волновым числом $2\Delta k$. Меняя частоту модуляции (разность частот), мы можем перекрыть пространственный спектр в большом диапазоне масштабов (до десятков метров).

Предложенная выше методика была реализована в ходе обработки результатов комплекса экспериментов по акустическому зондированию, проводившихся в 2001 г. на многолучевом бистатистическом содаре [7-9]. Установка, на которой проводился эксперимент, построена по двухпозиционной схеме (Рисунок 1) и включает в себя две параболические полноповоротные антенны диаметром по 15 м и фокусным расстоянием 5,25 м. Одна из



этих антенн была передающей, и работала в однолучевом режиме с широкой (порядка 8 градусов) диаграммой направленности. Другая использовалась как четырехлучевая приемная антенна.

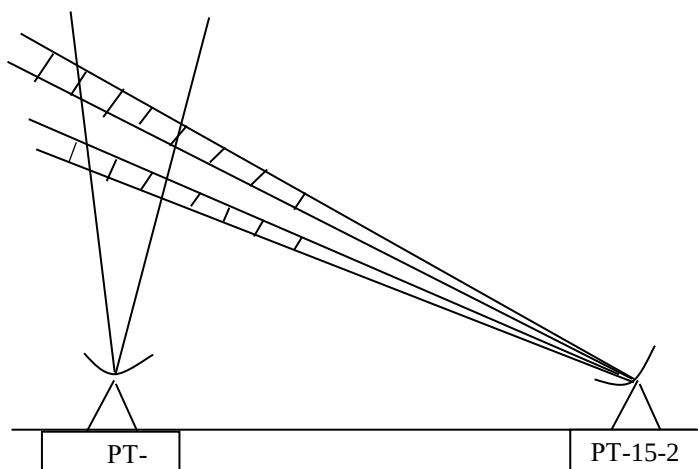


Рисунок 1 – Схема установки

Излучение осуществлялось на частоте 576 Гц, что соответствует длине волны 0,59 м. Работа велась в импульсном режиме, длительность зондирующего импульса составляла $\tau = 1$ с, период посылок - 8 с, акустическая мощность – 5 Вт. Для длительности импульса 1 с спектральное разрешение составляло 1 Гц. При использовании бистатистического содара локальный объем рассеяния формировался пересечением лучей приемной и передающей антенны. Узкие (порядка $2^\circ - 3^\circ$) диаграммы направленности антенн позволили обеспечить пространственное разрешение лоатора порядка 30 – 50 м, что существенно меньше длины акустического импульса $\frac{c\tau}{2}$. В рамках этого эксперимента было проведено

несколько сеансов, в которых излучался сигнал на двух частотах (с разностной частотой 20, 40 и 60 Гц, разностной частоте 20 Гц соответствует длина волны 17 м).

Сигнал, рассеянный от каждого излученного импульса, считается статистически независимой реализацией, он с подвергался Фурье-преобразованию, затем в полученном спектре выделялось окно, содержащее рассеянный сигнал (Рисунок 2). После фильтрации от помех, вне участка, содержащего рассеянный сигнал, и сигналов на частотах зондирования, к полученному сигналу применялась операция свертки: $Q(F) = \int V(f)V(f - F)df$.

Очевидно, что результат этой операции соответствует рассматриваемой выше функции $J(10)$, для частоты соответствующей разности частот сигналов ΔF (Рисунок 3).

Дальнейшая обработка заключалась в усреднении полученных спектров за время всего сеанса и сведения всех значений для различных разностных частот ΔF , что дает нам как раз функцию $H'(\Delta F)$ (11, 12).

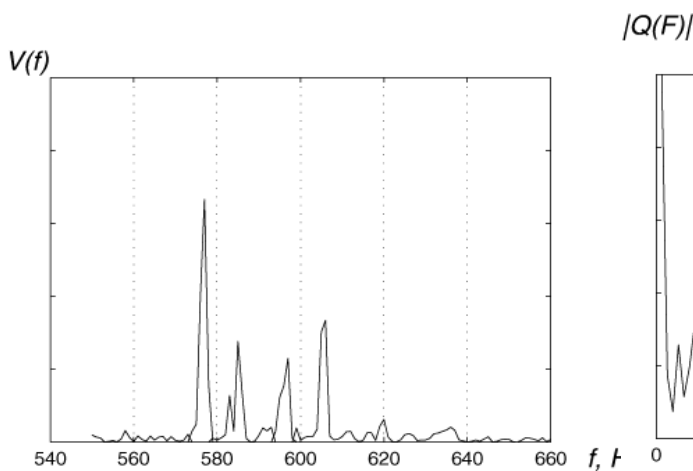


Рисунок 2 – Спектр принятого сигнала

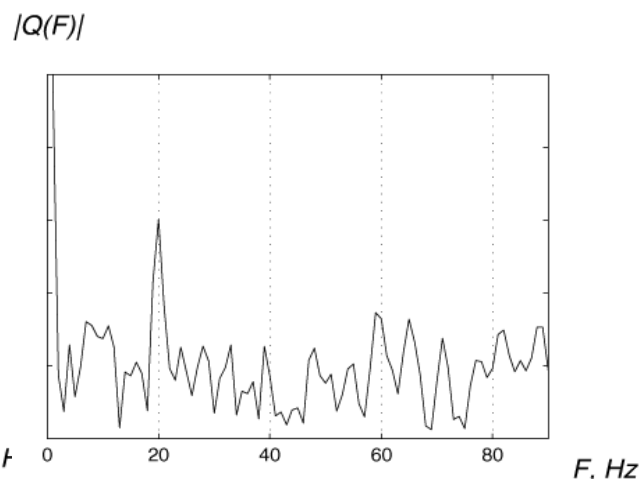


Рисунок 3 – Сигнал на разностной частоте

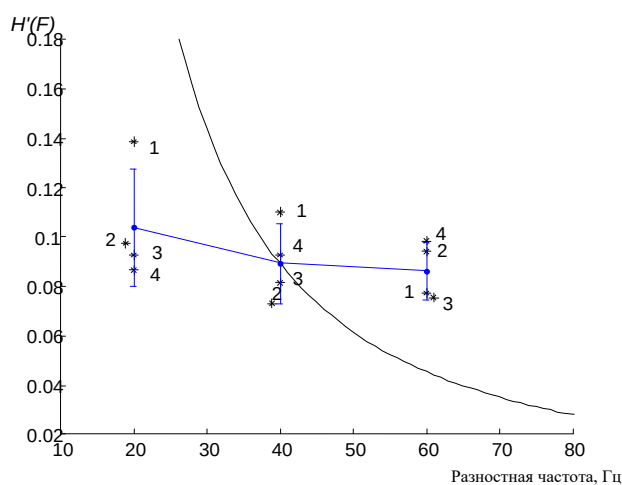


Рисунок 4 – Пространственный спектр $H'(\Delta F)$

Максимумы зависимостей $H'(\Delta F)$ показаны на одном графике (Рисунок 4), где каждая точка отвечает одной из зависимостей $H'(\Delta F)$. Таким образом, рис.4 представляет собой искомую зависимость спектральной плотности распределения "элементарных" рассеивателей от частоты (либо от Δk).

Однозначно сделать вывод о наличии какой-либо зависимости из приводимого графика достаточно сложно. Для сравнения приведена зависимость $\chi^{-5/3}$. Полученное распределение "мелкомасштабных" вихрей сильно отличается от закона «-5/3», следующего из Колмогоровских соотношений. Фактически, распределение по масштабам является равномерным в рассматриваемом диапазоне масштабов. Важно отметить, что полученный спектр описывает пространственное распределение турбулентных вихрей конкретного масштаба в объеме рассеяния, а не соотношение между вихрями разных масштабов. Отсутствие четко выраженной зависимости может быть следствием достаточно однородного распределения "мелкомасштабных" вихрей (с размерами ~ 20 см) в области пространственных масштабов 1–20 м

Список литературы:

1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. – Москва: Наука, 1967. – 548 с.

- Материалы международного научно-промышленного форума
Секция III Теория динамических систем и физических процессов и их
приложение к решению транспортных задач*

