

539.422.24

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЛЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН, РАБОТАЮЩИХ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Викулов Станислав Викторович¹, докт. техн. наук, профессор кафедры Естественных дисциплин

e-mail: vikulov-51@mail.ru

¹ Сибирский государственный университет водного транспорта, Новосибирск, Россия

Аннотация. В работе проведен анализ циклов нагружения деталей машин. Установлена связь между коэффициентом запаса прочности и коэффициентом запаса долговечности. Для определения коэффициента запаса по долговечности использован общий принцип, согласно которому, любое нестационарное нагружение сводится к эквивалентному по прочности стационарному нагружению в условиях симметричного цикла.

Ключевые слова: циклическая нагрузка, коэффициент запаса долговечности, кривая Велера, нестационарный цикл.

CALCULATION OF THE RESERVE LIFE COEFFICIENT FOR PARTS OF MACHINES OPERATING UNDER CYCLICAL LOADS

Stanislav V. Vikulov¹, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Natural Sciences

e-mail: vikulov-51@mail.ru

¹ Siberian State University of Water Transport, Novosibirsk, Russia

Abstract. The paper analyzes the loading cycles of machine parts. It establishes a relationship between the safety factor and the durability factor. To determine the durability factor, a general principle is used, according to which any non-stationary loading is reduced to an equivalent stationary loading in terms of strength under the conditions of a symmetric cycle.

Keywords: cyclic load, durability factor, Wöhler curve, non-stationary cycle.

Для деталей машин, работающих при циклических нагрузках, часто требуется определить не только коэффициент запаса прочности, который, например, в случае симметричного цикла нагружения определяется по формуле [1 – 7]

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}}, \quad (1)$$

но и коэффициент n_D запаса по долговечности.

Если предельный цикл находится на наклонном участке кривой Вёлера, то коэффициент запаса по долговечности определяется по формуле [2]:

$$n_D = \frac{N_i}{N_0}, \quad (2)$$

где N_0 — число циклов до разрушения, соответствующее пределу ограниченной выносливости σ_{-1} ;

N_i — число циклов до разрушения, соответствующее максимальному напряжению цикла σ_{max} .

Установим связь между коэффициентом запаса прочности и коэффициентом запаса долговечности. Математическое выражение этой связи зависит от того, в каких координатах представлена кривая Вёлера [1 – 7]. Так как кривая Вёлера чаще всего строится в полулогарифмических или в двойных логарифмических координатах, то рассмотрим оба этих случая.

1. Пусть кривая Вёлера в полулогарифмических координатах представляется прямой линией. Условно продлим эту прямую до оси абсцисс (рисунок 1, а). Тогда:

$$\lg N_\phi = \sigma_{maxL} \operatorname{ctg} \beta + \lg N_i = \sigma_{-1} \operatorname{ctg} \beta + \lg N_0, \quad (3)$$

т. е. уравнение кривой Вёлера в полулогарифмических координатах имеет вид:

$$10^{m\sigma_{maxL}N_i} = 10^{m\sigma_{-1}N_0} = N_\phi, \quad (4)$$

где $m = \operatorname{ctg} \beta$.

Из выражения (3) следует, что:

$$\sigma_{maxL} + \frac{\lg N_i}{m} = \sigma_{-1} + \frac{\lg N_0}{m}, \quad (5)$$

тогда:

$$\sigma_{maxL} = \sigma_{-1} - \frac{1}{m} \lg \frac{N_i}{N_0} = \sigma_{-1} - \frac{1}{m} \lg n_D. \quad (6)$$

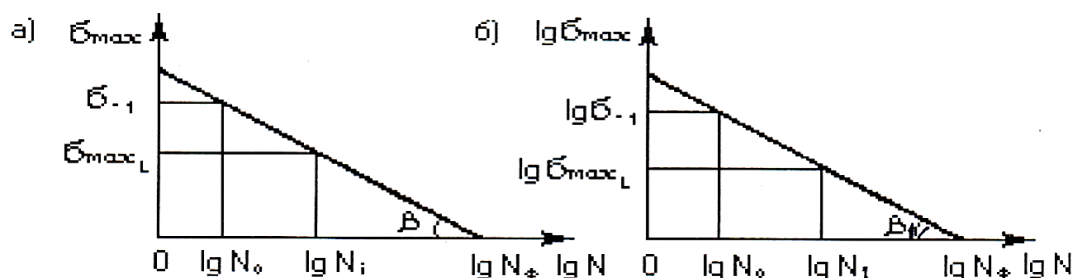


Рисунок 1 – Кривая Вёлера:
а) в полулогарифмических координатах; б) в логарифмических координатах

Подставляя выражение (6) в выражение (1), получим:

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1} - \frac{1}{m} \lg n_D} \quad (7)$$

2. Пусть кривая Вёлера в двойных логарифмических координатах представляется прямой линией (рисунок 1, б), тогда

$$\lg N_\phi = \lg \sigma_{\max L} \quad \operatorname{ctg} \beta_1 + \lg N_i = \lg \sigma_{-1} \quad \operatorname{ctg} \beta_1 + \lg N_0, \quad (8)$$

т.е. уравнение кривой вёлера в двойных логарифмических координатах имеет вид:

$$\sigma_{\max L} m_1 N_i = \sigma_{-1} m_1 N_0 = N_\phi = \text{const}, \quad (9)$$

где $m_1 = \operatorname{ctg} \beta_1$.

Из выражения (8) следует, что:

$$m_1 \lg \sigma_{\max L} + \lg N_i = m_1 \lg \sigma_{-1} + \lg N_0, \quad (10)$$

Тогда:

$$\lg \sigma_{\max L} = \lg \sigma_{-1} - \frac{1}{m_1} \lg \frac{N_i}{N_0} \quad \text{или} \quad \lg \sigma_{-1} - \lg \sigma_{\max L} = \frac{1}{m_1} \lg n_D.$$

Отсюда, учитывая в выражении (1), получим:

$$n = {}^{m_1}\sqrt{n_D} \quad (11)$$

или

$$n_D = n^{m_1}. \quad (12)$$

В практике установлено, что коэффициент $m_1 = \operatorname{ctg} \beta_1$ для различных материалов изменяется от 6 до 18. Тогда, при $n = 1,3$ и $m_1 = 6$, $n_D = 4,82$, а при $m_1 = 18$, $n_D = 112,4$.

Если $n = 3,0$, то, в соответствии с формулой (11), при $m_1 = 6$, $n_D = 729$, а при $m_1 = 18$, $n_D = 3,87 \cdot 10^6$.

Таким образом, небольшое увеличение или уменьшение коэффициента запаса прочности вызывает значительное увеличение или уменьшение коэффициента запаса по долговечности, так как зависимость коэффициента запаса по долговечности n_D от коэффициента запаса прочности n существенно зависит от угла наклона кривой Вёлера.

До сих пор мы рассматривали случаи стационарного или установившегося нагружения, при котором максимальное и минимальное напряжения цикла в течение всего времени нагружения постоянны. Если эти условия не выполнены, то нагружение называется нестационарным или неустановившимся.

Определим теперь коэффициенты запаса при простейших нестационарных режимах нагружения. При этом нагружение может быть произвольным – случайным, когда параметры цикла изменяются по случайному закону (рисунок 2, а), или закономерным, когда изменение напряжений происходит по определенному закону: непрерывно (рисунок 2, б) или ступенчато (рисунок 2, в).

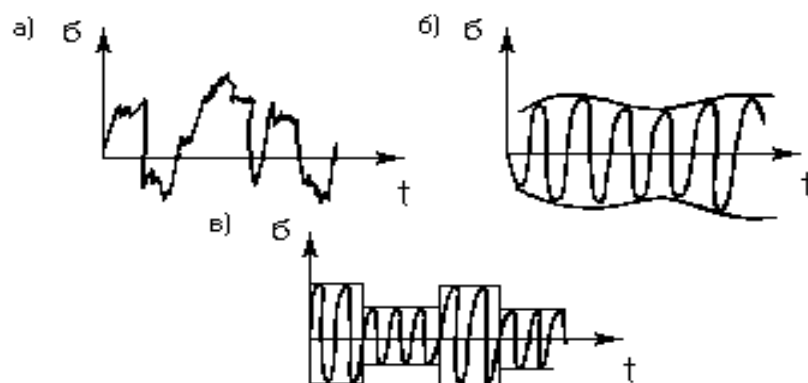


Рисунок.2 – Нестационарные циклы нагружения:
а) случайный; б) закономерный; в) ступенчатый

Рассмотрим случаи определения коэффициента запаса при симметричном цикле для закономерного ступенчатого нагружения (рисунок 3). При этом не будем учитывать коэффициенты влияния [7].

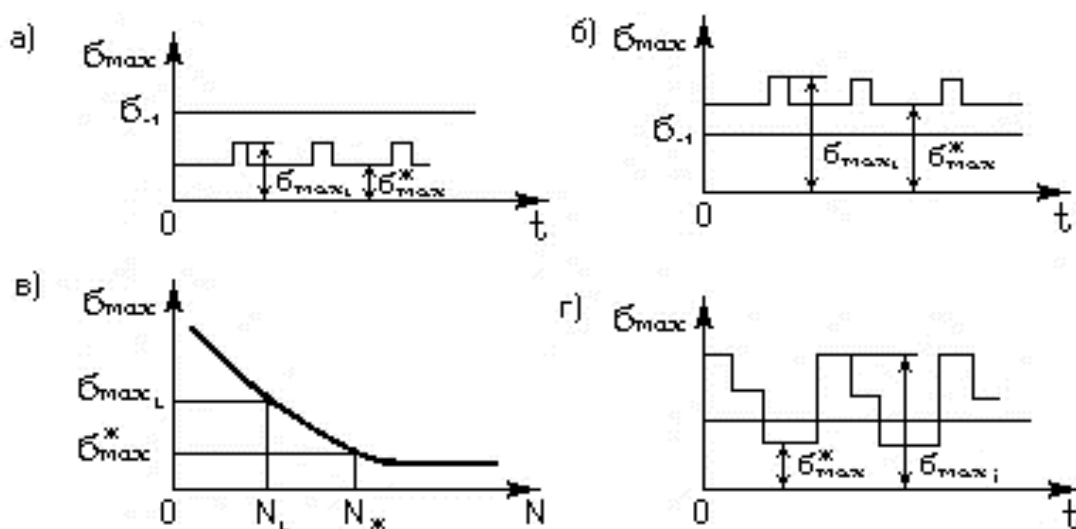


Рисунок 3 – Ступенчатый цикл нагружения: а) уровень напряжений $\sigma_{max}^* < \sigma_{-1}$; б) уровень напряжений $\sigma_{max}^* > \sigma_{-1}$; в) кривая Вёлера цикла; г) уровень напряжений $\sigma_{max}^* < \sigma_{-1}$, а $\sigma_{max i} > \sigma_{-1}$ или $\sigma_{max i} < \sigma_{-1}$.

1. Общий уровень напряжений $\sigma_{max}^* < \sigma_{-1}$ и всплески напряжений непродолжительны $\sigma_{max} \leq \sigma_{-1}$ (рисунок 3, а). При этом:

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max i}^*}. \quad (13)$$

2. $\sigma_{max}^* > \sigma_{-1}$, а $\sigma_{max L}$ незначительно больше σ_{-1} (рисунок 3, б).

Пусть кривая Вёлера при стационарном симметричном цикле нагружения для этого материала имеет вид, представленный на рисунке 3, в), тогда

$$n = \frac{\sigma_{max L}}{\sigma_{max i}^*}, \quad (14)$$

где $\sigma_{max L}$ —напряжение, соответствующее долговечности N_L по кривой Вёлера (рисунок 3, а);

σ_{max}^* — напряжение, соответствующее долговечности N_* по кривой Вёлера (рисунок 3, а);

При этом можно определить коэффициент запаса по долговечности:

$$n_D = \frac{N_*}{N_L}. \quad (15)$$

3. $\sigma_{max}^* < \sigma_{-1}$, а $\sigma_{max i}$ может быть и больше, и меньше σ_{-1} (рисунок 3, г). Этот случай является наиболее общим. Здесь для определения коэффициента запаса используется общий принцип, согласно которому, любое нестационарное нагружение сводится к эквивалентному по прочности стационарному нагружению в условиях симметричного цикла. При этом используется та или иная гипотезы суммирования повреждений. Пусть принята гипотеза суммирования повреждений или иначе, эту гипотезу называют линейной гипотезой суммирования повреждений П. Минера [2], согласно которой:

$$\sum_1^k \frac{N_i'}{N_i} = 1, \quad (16)$$

где N_i' —число циклов нагружения, которое испытывает деталь за все время эксплуатации при напряжении $\sigma_{max i}$;

N_i —число циклов до разрушения при напряжении $\sigma_{max i}$;

k —число разных максимальных напряжений $\sigma_{max i}$ в каждом блоке изменения напряжения ($i = 1, 2, \dots, k$).

Рассмотрим определение коэффициента запаса прочности для случая, когда:

1. Кривая Вёлера представлена прямой в полулогарифмических координатах. Тогда умножив числитель и знаменатель выражения (16) на $10^{m\sigma_{max i}}$ и, учитывая выражение (1), получим:

$$1 = \sum_1^K \frac{N_i' \cdot 10^{m\sigma_{max i}}}{N_i \cdot 10^{m\sigma_{max i}}} = \sum_1^K \frac{N_i' \cdot 10^{m\sigma_{max i}}}{10^{m\sigma_{-1}} \cdot N_o} = \frac{1}{10^{m\sigma_{-1}} \cdot N_o} \sum_1^K N_i' \cdot 10^{m\sigma_{max i}} \quad (17)$$

или

$$10^{m\sigma_{-1}} = \frac{1}{N_o} \sum_1^K N_i' \cdot 10^{m\sigma_{max i}}.$$

Логарифмируя это выражение, получим:

$$m\sigma_{-1} = -lg N_o + lg \sum_1^K N_i' \cdot 10^{m\sigma_{max i}}$$

или

$$\sigma_{-1} = \frac{1}{m} \left(lg \sum_1^K N_i' \cdot 10^{m\sigma_{max i}} - lg N_o \right). \quad (18)$$

Выражение (18) является условием наступления предельного состояния, так как в нём использовалось уравнение предельной кривой Вёлера.

Если цикл не предельный, то в левой части этого выражения будет эквивалентное напряжение:

$$\sigma_{max}^{экр} = \frac{1}{m} \left(\lg \sum_1^K N'_i \cdot 10^{m\sigma_{max i}} - \lg N_o \right), \quad (19)$$

которое нужно создать при стационарном симметричном цикле нагружения в детали для того, чтобы запас прочности её был бы такой же, как при нестационарном цикле нагружения (рисунок 3, г). Тогда коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}^{экр}} = \frac{m\sigma_{-1}}{\lg \sum_1^K N'_i \cdot 10^{m\sigma_{max i}} - \lg N_o} \quad (20)$$

2. Кривая Вёлера представлена прямой в двойных логарифмических координатах. Тогда умножив числитель и знаменатель выражения (12) на $\sigma_{max_L}^{m_1}$, и, учитывая выражение (11), получим:

$$1 = \sum_1^K \frac{N'_i \sigma_{max_L}^m}{N_i \sigma_{max_L}^m} = \sum_1^K \frac{N'_i \sigma_{max_L}^m}{N_o \sigma_{-1}^m} \text{ или } \sigma_{-1} = \left(\frac{1}{N_o} \sum_1^K \sigma_{max_L}^m N'_i \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (21)$$

Здесь m соответствует котангенсу угла наклона кривой Вёлера в двойных логарифмических координатах.

Если цикл не предельный, то он имеет коэффициент запаса, при этом в левой части будет эквивалентное напряжение:

$$\sigma_{max}^{экр} = \sqrt[m]{\frac{1}{N_o} \sum_1^K \sigma_{max i}^m N'_i}, \quad (22)$$

которое необходимо создать при стационарном симметричном цикле нагружения для того, чтобы запас прочности детали был такой же, как при нестационарном цикле нагружения. тогда коэффициент запаса прочности:

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}^{экр}} = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt[m]{\frac{1}{N_o} \sum_1^K \sigma_{max i}^m N'_i}}. \quad (23)$$

Отметим, что если $\sum_1^K \frac{N'_i}{N_i} = a$, то в знаменателе формулы (23) появится множитель $1/\sqrt[m]{a}$. Так как в практике величина a изменяется в интервале $1 \div 32,2$, а, как указывалось выше, коэффициент $m = 6 \div 18$, то этот множитель близок к единице (находится в пределах $1 \div 0,56$). Поэтому при отсутствии опытных данных и рекомендуется принимать $a = 1$, хотя это может занижить коэффициент запаса прочности. Ошибка такого рода в формулах (20) и (23) не опасна, так как идет в запас прочности. Хотя, как показывают экспериментальные исследования, линейная гипотеза суммирования повреждений может

давать ошибку и в опасную сторону, т. е. завышать долговечность особенно, если уровни напряжений в блоке сильно отличаются друг от друга.

Подчеркнем, что формула (16), а, следовательно, и формулы (17) – (20) справедливы, если $\sigma_{max} \leq \sigma_T$. Если $\sigma_{max} > \sigma_T$, то необходимо провести расчеты на статическую прочность.

Определим для 3-го случая нестационарного нагружения (рисунок 3, г) коэффициент запаса по долговечности. Для этого введем коэффициент относительной длительности перегрузки при напряжении σ_{max_L} :

$$v_i = \frac{N'_i}{N_{общ}}, \quad (24)$$

где $N_{общ}$ – общее число циклов нагружения детали до разрушения за весь срок ее службы.

Тогда $N'_i = v_i N_{общ}$. Подставляя это выражение в (16), получим:

$$N_{общ} \sum_1^k \frac{v_i}{N_i} = 1 \text{ или } N_{общ} = \frac{1}{\sum_1^k \frac{v_i}{N_i}}.$$

Таким образом, можно определить общее число циклов нагружения детали, если известно значение v_i при максимальном напряжении σ_{max_L} и число циклов N_i , которое берется с кривой Вёлера для напряжения σ_{max} . Если по условию эксплуатации деталь должна выдержать N циклов до разрушения, то коэффициент запаса по долговечности будет равен

$$n_D = \frac{N_{общ}}{N} = \frac{1}{N \sum_1^k \frac{v_i}{N_i}}. \quad (25)$$

Список литературы:

1. Викулов С. В. Сопротивление материалов: учебное пособие / С.В. Викулов, П. В. Сажин – Новосибирск: Сиб. гос. ун-т вод. трансп., 2022. – 279 с.
2. Гоц А.Н. Расчеты на прочность при переменных напряжениях: монография / А.Н. Гоц. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2012. – 138 с.
3. Гребеник В.М. Усталостная прочность и долговечность оборудования / В.М. Гребеник – М.: Машиностроение. 1969. – 256 с.
4. Иосилевич Г.Б. Прикладная механика / Г.Б., Иосилевич, П. А. Лебедев, В.С. Стреляев – М.: Машиностроение, 1985. – 576 с.
5. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В.П. Когаев – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
6. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко – Киев: Наукова думка, 1988. – 736 с.
7. Пономарев С. Д. Расчеты на прочность в машиностроении. т. 2 / С. Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К. К. Лихарев, В.М. Микушин, Н. Н. Малинин, В.И. Феодосьев – М.: Физматгиз, 1958. – 976 с.

