

УДК 656.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НЕФТЯНОГО РАЗЛИВА В МОРСКОЙ СРЕДЕ

Вилявина Софья Александровна¹, студент

e-mail: sofi.vilyavina@yandex.ru

Головацкая Леся Ивановна¹, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры «Математические и естественнонаучные дисциплины», начальник отдела научных исследований и цифровизации

e-mail: li_golova@mail.ru

¹ Каспийский институт морского и речного транспорта имени генерал-адмирала Ф.М. Апраксина – Астраханский филиал Волжского государственного университета водного транспорта, Астрахань, Россия

Аннотация. В статье представлена комплексная математическая модель прогнозирования поведения аварийного разлива нефти в морской акватории, основанная на лагранжевом подходе. Модель интегрирует ключевые физико-химические процессы: адвективно-диффузионный перенос с учетом стохастической турбулентной диффузии, многостадийное растекание по теории Фэя, испарение (метод псевдокомпонент), эмульсификацию, диспергирование и эволюцию реологических свойств. Проработаны алгоритмы учета боновых заграждений и скиммеров. Приведены математические формулировки всех процессов. Модель ориентирована на оперативное прогнозирование и поддержку принятия решений при ликвидации разливов.

Ключевые слова: разлив нефти, математическое моделирование, лагранжев метод, растекание нефтяного пятна, выветривание нефти, эмульсификация, метод псевдокомпонент, боновые заграждения.

MATHEMATICAL MODELING OF OIL SPILL BEHAVIOR IN THE MARINE ENVIRONMENT

Sofia A. Vilyavina¹, Student

e-mail: sofi.vilyavina@yandex.ru

Lesya I. Golovatskaya¹, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Mathematical and Natural Sciences, Head of the Department of Scientific Research and Digitalization

e-mail: li_golova@mail.ru

¹ Caspian Institute of Sea and River Transport named after Admiral F.M. Apraksin – Astrakhan branch of Volga State University of Water Transport, Astrakhan, Russia

Abstract. The article presents a complex mathematical model for predicting the behavior of an accidental oil spill in a marine area, based on the Lagrangian approach. The model integrates key physical and chemical processes: advective-diffusive transport, taking into account stochastic turbulent diffusion, multi-stage spreading according to the Fay theory, evaporation (pseudo-component method), emulsification, dispersion, and evolution of rheological properties. Algorithms for accounting for booms and skimmers have been developed. Mathematical formulations of all processes are presented. The model is focused on operational forecasting and decision support for spill response.

Keywords: oil spill, mathematical modeling, Lagrange method, oil slick spreading, oil weathering, emulsification, pseudo-component method, booms.

Аварийные разливы нефти и нефтепродуктов при морской добыче, транспортировке и перевалке представляют собой один из наиболее опасных видов антропогенного воздействия на морские экосистемы [1-5]. Сложность прогнозирования последствий таких инцидентов обусловлена многообразием и взаимосвязанностью физико-химических процессов, протекающих на различных пространственно-временных масштабах — от молекулярной диффузии до крупномасштабного дрейфа под действием региональной циркуляции вод.

Современный подход к моделированию нефтяных разливов базируется на Лагранжевом описании пятна как совокупности дискретных частиц-маркеров, для каждой из которых независимо рассчитывается траектория движения с учетом детерминированной (адвективной) и стохастической (диффузионной) компонент скорости. Данный метод обладает рядом преимуществ перед эйлеровыми моделями, включая естественный учет фрагментации пятна, простоту отслеживания индивидуальных свойств частиц (возраст, степень выветривания) и высокую вычислительную эффективность при оперативном прогнозировании.

Целью настоящей работы является детальное изложение структуры комплексной модели поведения нефтяного разлива, объединяющей блоки гидродинамического переноса, многостадийного растекания, процессов выветривания (испарение, эмульсификация, диспергирование, изменение вязкости) и взаимодействия со средствами локализации. Модель предназначена для применения в системах поддержки принятия решений при чрезвычайных ситуациях, обусловленных разливами нефти.

В рамках Лагранжева подхода нефтяное пятно дискретизируется набором частиц, движение каждой из которых рассматривается независимо от остальных. Доминирующим фактором, определяющим пространственное перемещение нефтепродуктов, является дрейфовая составляющая вектора скорости, которая задается выражением:

$$\vec{V}_{drift}(x, y) = a_w \vec{V}_w(x, y) + a_c \vec{V}_c(x, y) \quad (1)$$

где $\vec{V}_w(x, y)$ – скорость ветра;

$\vec{V}_c(x, y)$ – осредненная по глубине скорость течения;

a_w – ветровой коэффициент, $a_w = 0.03$;

a_c – коэффициент скорости течения, $a_c = 1$.

Для вычисления диффузионной компоненты вектора скорости применяется метод статистического моделирования, основанный на генерации случайных чисел:

$$\vec{V}_{diff} = \vec{V}_{drift} R_n e^{i\alpha_n} \quad (2)$$

где $\vec{V}_{diff}, \vec{V}_{drift}$ – комплексные представления векторов скорости, определенные по правилу $\vec{V} = V_x - iV_y$;

R_n – нормально распределенная случайная величина с областью значений от -1 до 1, a_n – равномерно распределенный случайный угол в пределах от 0 до 2π .

Уравнение, описывающее перемещение частицы, принимает вид:

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} = \vec{V}_{drift}(x, y) + \vec{V}_{diff}(x, y) \quad (3)$$

Теоретическую базу моделирования механического растекания нефтяного пятна составляет теория Фэя, постулирующая наличие трех последовательных стадий процесса, каждая из которых характеризуется определенным балансом действующих сил: гравитационно-инерционной, гравитационно-вязкостной и поверхностно-вязкостной. Ввиду кратковременности первой стадии (порядка минуты) для большинства нефтепродуктов она исключается из рассмотрения. При моделировании точечного разлива начальное приближение площади соответствует моменту завершения гравитационно-инерционной стадии и определяется соотношением:

$$A_0 = 0,84\pi \left(\frac{\Delta_w g V_0^5}{v_w^2} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4)$$

где V_0 – начальный объем разлива (м^3);

g – ускорение свободного падения ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$);

v_w – кинематическая вязкость воды ($\text{м}^2/\text{с}$);

Δ_w – относительная разность в плотностях нефти (нефтепродуктов) и воды:

$$\Delta_w = \frac{\rho_w - \rho_0}{\rho_w} \quad (5)$$

Для гравитационно-вязкостной стадии характерно формирование эллиптической конфигурации пятна, вытянутого вдоль вектора ветрового воздействия. Геометрические параметры эллипса описываются следующими выражениями:

$$Q = c_1 \frac{\Delta^{1/6}_w}{v^{1/3}_w} V^{1/3} t^{1/4} \quad (6)$$

– малая полуось, совпадающая с решением Фэя;

$$R = Q + c_2 U^{4/3} t^{3/4} \quad (7)$$

– большая полуось, учитывающая поправку на ветер.

Здесь $c_1 = 1,417$, $c_2 = 0,15$.

Для адекватного воспроизведения неоднородной структуры пятна при крупных разливах область загрязнения декомпозируется на совокупность односвязных подобластей, рассматриваемых независимо. Для каждой подобласти вычисляется граничная скорость, после чего осуществляется масштабирование и пропорциональное смещение составляющих ее частиц относительно локального центра масс.

Испарение летучих фракций является одним из ключевых процессов, определяющих изменение состава и физических свойств нефтяного пятна в первые часы и дни после разлива. Для его моделирования применяется метод псевдокомпонент, в рамках которого нефть рассматривается как смесь дискретных не взаимодействующих фракций с индивидуальными физико-химическими характеристиками.

В случае если известна зависимость количества испарившейся нефти (нефтепродуктов) от температуры (дистилляционная кривая), псевдокомпоненты создаются осреднением экспериментальных точек.

Если сведения о дистилляционной кривой отсутствуют, нефть (нефтепродукт) представляется в виде пяти псевдокомпонент, имеющих равные объемы и температуры кипения BP_i , зависящие от API нефти (нефтепродуктов):

$$BP_i = T_0 + \frac{dT_i - 1/2}{df} \quad (8)$$

$$T_0 = 457,16 - 3,3447 * API \quad (9)$$

$$\frac{dT}{df} = 1356,7 - 247,36 * \ln(API) \quad (10)$$

Испарение каждой псевдокомпоненты рассматривается независимо. Скорость испарения i -ой фракции записывается в следующем виде:

$$\frac{dV_i}{dt} = A \frac{K v_i X_i P_{vi}}{RT} \quad (11)$$

где V_i – объем фракции (м^3);

A – площадь разлива (м^2);

K – коэффициент массопереноса (м/с);

v_i – молярный объем фракции ($\text{м}^3/\text{моль}$);

χ_i – молярная концентрация;

P_{vi} – давление пара (Па);

R – константа для идеального газа ($R = 8,3 \text{ Дж/моль К}$);

T – температура воды (К).

Молярная концентрация χ_i определяется следующим образом:

$$\chi_i = \frac{V_i/v_i}{\sum_i V_i/v_i} \quad (12)$$

Корреляция для молярного объема и молекулярного веса использует модель ADIOS:

$$v_i = 7 * 10^{-5} - (2,102 * 10^{-7} BP_i) + (1,0 * 10^{-9} BP_i^2) \quad (13)$$

$$Mw_i = 0,04132 - (1,985 * 10^{-4} BP_i) + (9,494 * 10^{-7} BP_i^2) \quad (14)$$

Метод нахождения давления паровой фазы основан на обобщении известных в литературе экспериментальных данных:

$$P_{v,i} = 1000 * \exp \left\{ -(4,4 + \log BP_i) \left(1,803 * \left[\frac{BP_i}{T} - 1 \right] - 1,803 * \ln \left[\frac{BP_i}{T} - 1 \right] \right) \right\} \quad (15)$$

Коэффициент массопереноса является функцией только скорости ветра U :

$$K = 0,002U^{0,78} \quad (16)$$

При малых скоростях ветра U считаем коэффициент массопереноса постоянным и равным 0,005, что соответствует скорости ветра $U = 4$ м/с.

Процесс эмульсификации характеризует проникновение воды в нефтяную фазу и формирование водонефтяной эмульсии. Как правило, образование эмульсии инициируется не сразу, а лишь после испарения определенной доли нефти. Для учета данного эффекта в модели предусмотрен параметр — константа эмульсификации K_{em} , выражаемая в процентах и обозначающая пороговое количество испарившейся нефти, по достижении которого запускается процесс эмульсификации. Этот параметр либо задается из экспериментальных данных, либо вводится непосредственно пользователем. По умолчанию $K_{em} = 0$.

Количественное описание скорости образования эмульсии базируется на модели, разработанной О. Маккеем:

$$\frac{dF_{em}}{dt} = K_w * (1 + U)^2 * \left(1 - \frac{F_{em}}{F_{em}^f}\right) \quad (17)$$

где F_{em} — объемное содержание воды;

K_w — константа, равная $2 \cdot 10^{-6} (s \cdot m^{-2})$;

U — скорость ветра (м/с);

F_{em}^f — параметр, определяющий конечное объемное содержание воды в нефти, зависящий от типа нефти. Для неочищенных нефтей F_{em}^f принимается равным $F_{em}^f = 0,7$, для очищенных $F_{em}^f = 0,25$.

Для количественного описания потока нефтяных капель, поступающих с поверхности в водную среду, используется следующее выражение для скорости дисперсии:

$$\frac{dm_d}{dt} = 0,11m_{oil} \frac{(1 + U)^2}{1 + 50\mu^{1/2}h\sigma} \quad (18)$$

где m_d (кг) — масса диспергирующей нефти (нефтепродуктов);

m_{oil} (кг) — масса всей нефти (нефтепродуктов);

U — скорость ветра (м/с);

σ — коэффициент поверхностного натяжения (дин/см);

h — толщина пленки (см); μ — динамическая вязкость нефти (нефтепродуктов) (сП);

t — время (час).

Увеличение вязкости нефти и нефтепродуктов является следствием двух параллельно протекающих процессов: образования водяной эмульсии и испарительного удаления легколетучих фракций.

Для количественной оценки вклада эмульсификации в приращение вязкости используется уравнение Муне:

$$\mu = \mu_0 \exp \left[\frac{C_v F_{em}}{1 - C_m F_{em}} \right] \quad (19)$$

где μ_0 — начальная вязкость нефти (нефтепродуктов);

C_v , C_m — эмпирические константы, $C_v = 2,5$, и $C_m = 0,65$.

Эффект испарения на изменение вязкости может учитываться следующим образом:

$$\mu = \mu_0 \exp[C_E F_{ev}] \quad (20)$$

Константа C_E принимается равной 1 (для легких очищенных нефтепродуктов) и 10 (для неочищенных нефтей).

Окончательное соотношение для изменения вязкости имеет вид:

$$\mu = \mu_0 \exp \left[\frac{C_V F_{em}}{1 - C_M F_{em}} + C_E F_{ev} + C_T \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \quad (21)$$

где T – текущая температура (К);

T_0 – температура, соответствующая вязкости μ_0 ;

C_T – эмпирическая константа, рекомендуемое значение которой равно 5,0 (К).

Боны моделируются как гибкие проницаемые барьеры с возможностью перемещения под действием гидродинамических нагрузок. Проницаемость (эффективность задержания нефти) вычисляется с учетом типа бона, высоты волны и относительной скорости воды. Форма бона определяется из условия равновесия сил сопротивления и натяжения с учетом положения точек закрепления.

Сила сопротивления, воздействующая на боновое ограждение, определяется как сумма составляющих, обусловленных течением и ветром соответственно:

$$\vec{F} = \vec{F}_c + \vec{F}_w \quad (22)$$

Силу сопротивления со стороны воды на единицу длины бона можно записать в виде:

$$\vec{F}_c = C_n \rho_w H_w |\vec{V}_{drift}| \vec{V}_{drift} \quad (23)$$

где C_n – коэффициент сопротивления;

ρ_w – плотность воды (кг/м³);

H_w – глубина погружения бона под водой (м).

Сила сопротивления, создаваемая ветром, записывается аналогичным образом:

$$\vec{F}_w = C_n \rho_a H_a |\vec{V}_w| \vec{V}_w \quad (24)$$

где ρ_a – плотность воздуха (кг/м³);

H_a – высота бона над водой (м).

В модели скиммер представлен как отрицательный источник со следующими параметрами:

- номинальная производительность Pr_{sk} , выраженная в кг/с;
- коэффициент эффективности E_{sk} , отражающий снижение производительности относительно паспортной (задается пользователем);
- волнозависимая доля захватываемой воды E_{ss} , характеризующая дополнительное поступление водной фазы в нефтеводяную смесь;
- вязкостной коэффициент эффективности E_μ ;
- максимальная вместимость C (кг).

Полная масса, аккумулируемая скиммером на данном временном интервале, рассчитывается согласно соотношению:

$$\Delta M = \Delta t * E_{sk} E_\mu (1 - F_{em}) (1 - E_{ss}) Pr_{sk} \quad (25)$$

где F_{em} – осредненное объемное содержание воды в окрестности нефтесборщика.

Максимальная масса, которую может собрать скиммер, определяется емкостью скиммера C .

Представленная математическая модель обеспечивает комплексное описание поведения нефтяного разлива в морской среде — от момента аварийного выброса до завершения активной фазы ликвидации. Лагранжев подход с отдельным учетом адвективного переноса и стохастической диффузии позволяет адекватно воспроизводить пространственно-временную эволюцию пятна в условиях изменчивых гидрометеорологических полей.

Учет многостадийного растекания по модели Фэя, детальное описание процессов испарения на основе метода псевдокомпонент, моделирование эмульсификации и изменения реологических свойств обеспечивают физически обоснованное прогнозирование состояния нефтяного загрязнения. Интеграция в модель средств локализации — боновых заграждений и скиммеров — расширяет область ее применения на этап планирования и сопровождения операций по ликвидации разливов.

Список литературы:

1. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2025625665 Российская Федерация. База знаний "Рекомендации при расчете ущерба и выбора природоохранного оборудования порта для предотвращения загрязнений окружающей среды": заявл. 19.11.2025; опублик. 02.12.2025 / Б. М. Ташимов, Л. И. Головацкая, А. Е. Пластинин; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волжский государственный университет водного транспорта". – EDN UOHRFU.

2. Вилявина, С. А. Системы мониторинга экологического состояния водных путей / С. А. Вилявина // Актуальные решения проблем водного транспорта: Сборник материалов IV Международной научно-практической конференции, Астрахань-Керчь-Актау, 29–30 мая 2025 года. – Астрахань: Волжский государственный университет водного транспорта, 2025. – С. 123-127. – EDN XOUONP.

3. Головацкая, Л. И. Разработка программного обеспечения для оценки вреда атмосфере при углеводородных разливах / Л. И. Головацкая // Транспорт. Горизонты развития: Труды 5-го Международного научно-промышленного форума, Нижний Новгород-Новосибирск-Владивосток, 20–23 мая 2025 года. – Нижний Новгород: Волжский государственный университет водного транспорта, 2025. – С. 127. – EDN XWEYHI.

4. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2024621973 Российская Федерация. База данных «Сопоставление аварийно-опасных участков в пространственном и временном аспекте»: № 2024621643: заявл. 27.04.2024; опублик. 08.05.2024 / О. Л. Домнина, Е. А. Батанина, А. Н. Бородин [и др.]; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волжский государственный университет водного транспорта". – EDN OGXPOT.

5. Головацкая, Л. И. Анализ нормативного обеспечения по организации и управлению природоохранной деятельностью при предотвращении загрязнения окружающей среды от разливов нефти и нефтепродуктов / Л. И. Головацкая // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2024. – Т. 13, № 4(68). – С. 210-216. – EDN FOTTKT.

