

УДК 532.543

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОЛНЫ ПРОРЫВА ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПЛОТИН

Крутицкий Михаил Андреевич¹, аспирант

e-mail: mishakrut9000@yandex.ru

Комаров Александр Андреевич¹, профессор кафедры гидравлики и гидротехнического строительства

e-mail: bzbb@mailr.u

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

Аннотация. Статья посвящена обзору методов численного моделирования волны прорыва при разрушении плотин. Рассмотрены эмпирические, гибридные и физически обоснованные подходы на базе уравнений мелкой воды Сен-Венана. Описаны схема Годунова с решателем задачи Римана, гибридная модель PRORAN и многофракционная STREAM 2D CUDA. Проведён сравнительный анализ точности, требований к данным и вычислительным ресурсам. Выбор методики определяется постановкой задачи и доступными ресурсами.

Ключевые слова: волна прорыва плотины, уравнения мелкой воды Сен-Венана, схема Годунова, задача Римана, метод Прудовского, гибридная модель PRORAN, STREAM 2D CUDA, деформация русла, численное моделирование паводков.

METHODS OF NUMERICAL SIMULATION OF THE BREAKTHROUGH WAVE DURING THE DESTRUCTION OF DAMS

Mikhail A. Krutitsky¹, Doctoral Student

e-mail: mishakrut9000@yandex.ru

Alexander A. Komarov¹, Professor of the Department of Hydraulics and Hydraulic Engineering

e-mail: bzbb@mailr.u

¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia

Abstract. The paper presents a review of numerical methods for modeling dam-break waves. Empirical, hybrid, and physically based approaches using the Saint-Venant shallow water equations are considered. The Godunov scheme with a Riemann solver, the hybrid PRORAN model, and the multi-fraction STREAM 2D CUDA model are described. A comparative analysis of accuracy, data requirements, and computational costs is carried out. The choice of methodology depends on the problem formulation and available computational resources.

Keywords: dam-break wave, Saint-Venant shallow water equations, Godunov scheme, Riemann problem, Prudovsky method, hybrid PRORAN model, STREAM 2D CUDA, channel deformation, flood numerical modeling.

Введение

Волна прорыва — быстро распространяющийся поток воды, возникающий при внезапном разрушении гидротехнического сооружения (плотины, дамбы) и характеризующийся высокими скоростями течения, большими глубинами затопления и значительной разрушительной силой [1]. Актуальность задачи обусловлена необходимостью: Оценки последствий, гидродинамических аварий для населённых пунктов и инфраструктуры, разработки планов эвакуации населения из зон возможного затопления, Проектирования защитных сооружений в нижних бьефах гидроузлов, Определения размеров ущерба для целей страхования и компенсации, обоснования режимов эксплуатации водохранилищ.

Математическое моделирование распространения волны прорыва включает два взаимосвязанных процесса: формирование и развитие прорана в теле плотины и собственно распространение волны по руслу реки и пойме. В зависимости от детальности описания этих процессов различают эмпирические, гибридные и полностью физически обоснованные методики расчёта [1].

1. Базовая модель: уравнения мелкой воды Сен-Венана

Уравнения Сен-Венана (Saint-Venant) представляют собой математическую основу для описания неустановившегося движения потоков в открытых руслах. Эти уравнения получены французским учёным Адемаром Жаном Клодом Барре де Сен-Венаном в середине XIX века и с тех пор широко применяются в гидравлике и гидрологии [1, 4].

Физический смысл уравнений мелкой воды заключается в описании двумерного движения жидкости в предположении, что вертикальные ускорения малы по сравнению с ускорением свободного падения, а давление распределено по гидростатическому закону. Это справедливо, когда характерная глубина потока H много меньше характерного горизонтального масштаба L [1].

Модель применима для расчёта паводковых волн, прорывов плотин и дамб, приливных явлений, затопления пойм и цунами [1]. Численное решение реализуется на основе схемы конечных объёмов с точным решателем задачи Римана, а трение о дно описывается формулой Маннинга [1].

Уравнения включают закон сохранения массы и импульса; трение о дно описывается формулой Маннинга с коэффициентом шероховатости $n = 0,01–0,035 \text{ с/м}^{1/3}$. Система допускает разрывные решения типа гидравлических прыжков и движение по сухому дну [1]. Численное решение строится методом конечных объёмов: на каждом шаге решается задача Римана на границах ячеек (схема Годунова), что обеспечивает автоматический захват ударных волн без искусственной вязкости; реализация использует гибридные сетки, схему второго порядка точности и объёмное счисление $V(z_0)$ для частично сухих ячеек [1, 3].

2. Гибридный метод: Прудовский + 2D Сен-Венан (PRORAN)

Гибридные методы сочетают эмпирические зависимости для развития прорана с физически обоснованным описанием гидравлики в верхнем и нижнем бьефах. Такой подход позволяет получить практически приемлемые результаты при умеренных вычислительных затратах и ограниченной информации о грунте плотины [1].



Метод А.М. Прудовского — один из наиболее известных эмпирических подходов к описанию развития прорана в грунтовых плотинах. Метод основан на серии лабораторных экспериментов и натурных наблюдений за разрушением плотин различных типов. Ключевая идея — связать скорость роста прорана с напором воды и размерами уже сформировавшейся брешы [1].

Преимущества гибридного подхода: учёт двумерной гидравлики и подпора, возможность моделирования сложной плановой геометрии, умеренная вычислительная стоимость и пригодность для инженерных расчётов при ограниченных данных о грунте [1].

3. Закон развития прорана (одномерный блок)

Метод задаёт зависимость средней ширины $B(t)$ и глубины прорана от напора, объёма вынесенного грунта и эмпирических коэффициентов Прудовского ($\alpha + \beta = 2,5$); расход через проран вычисляется по формуле водослива с широким порогом [1].

Реализация в BOR и STREAM 2D: проран представляется прямоугольником, покрытым маркерами, чья отметка дна усредняется по закону Прудовского; форма прорана навязывается двумерной модели с автоматическим учётом подпора и снижением пика расхода по сравнению с чистым методом Прудовского [1].

4. Физически обоснованная модель: STREAM 2D CUDA

Полностью физически обоснованные модели представляют собой наиболее совершенный подход к моделированию волн прорыва. В отличие от эмпирических и гибридных методов, здесь и гидравлика потока, и деформации дна плотины описываются на основе фундаментальных физических законов без привлечения заранее заданных сценариев разрушения [1].

STREAM 2D CUDA (ИБП РАН) — программный комплекс на GPU (CUDA) для моделирования течений со свободной поверхностью и деформациями дна: прорыв возникает естественно, учитываются фракционный состав грунта и эффекты самоотмокстки, возможно моделирование каскадных аварий [1]; недостатки: высокая вычислительная стоимость, необходимость детальных гранулометрических данных, сложность калибровки и высокая квалификация специалистов [1].

5. Специальные постановки распространения волны прорыва

5.1. Недеформируемое русло

Используются только уравнения мелкой воды со сложным рельефом, трением о дно и при необходимости учётом льда и ветра [1]. Для селитебных территорий (5.2) та же модель строится на детальной сетке с учётом зданий и сооружений как препятствий, что позволяет формировать балльные карты разрушений [1]. При каскадных авариях (5.3) строятся двумерные модели нескольких водохранилищ; волна прорыва от верхнего узла служит входным воздействием для нижнего, а расчёт выполняется единой гидродинамической схемой [1].

6. Сравнительный анализ методик

Таблица 1. Сравнение методик расчёта распространения волны прорыва [1, 6]

Методика	Достоинства	Недостатки	Область применения
Сен-Венан (недеформируемое русло)	Высокая точность гидравлики, проверенная численная схема,	Требует задания гидрографа прорана извне	Расчёт зон затопления при заданном сценарии разрушения

	возможность расчёта больших областей		
Прудовский + 2D (PRORAN)	Учёт подпора, реальная плановая гидравлика, умеренная трудоемкость	Эмпирический закон прорана, нет грунтовых свойств	Инженерные расчёты при ограниченных данных о грунте
STREAM 2D CUDA (полная модель)	Физически обоснованное описание, учёт фракций и самоотмоксти, универсальность	Высокая вычислительная стоимость, требует детальных данных	Научные исследования, уточнённые расчёты при наличии данных

Заключение

Представленные методики расчёта распространения волны прорыва плотин охватывают широкий спектр подходов — от классических уравнений Сен-Венана до современных многофракционных морфодинамических моделей. Выбор конкретной методики определяется задачами расчёта, доступностью исходных данных и вычислительными ресурсами [1].

Все рассмотренные подходы базируются на едином фундаменте — двумерных уравнениях мелкой воды и схеме конечных объёмов с решателем задачи Римана, что обеспечивает высокую точность расчёта гидравлических параметров волны прорыва [1].

Список литературы:

1. Беликов, В. В. Численное моделирование волн прорыва / В. В. Беликов, А. И. Алексюк, Е. С. Васильева. – Москва : РАН, 2026. – 320 с.
2. Годунов, С. К. Разностный метод численного расчёта разрывных решений уравнений гидродинамики / С. К. Годунов // Математический сборник. – 1959. – Т. 47(89), № 3. – С. 271–306.
3. Торо, Э. Ф. Численные методы для задач газовой динамики и решатели задачи Римана : практическое руководство / Э. Ф. Торо. – 3-е изд. – Берлин : Springer-Verlag, 2009. – 724 с.
4. Беликов, В. В. Основы численного моделирования динамики речных потоков : учебное пособие / В. В. Беликов, А. И. Алексюк. – Москва : ИВП РАН, 2020. – 329 с.
5. Беликов, В. В. Численное моделирование разрушительного дождевого паводка и волны прорыва земляной плотины на р. Дурсо / В. В. Беликов, А. И. Алексюк, Е. С. Васильева, А. Д. Михнюк // Водное хозяйство России. – 2022. – № 1. – С. 64–71.
6. Elong, A. J. A comprehensive numerical overview of the performance of Godunov solutions using Roe and Rusanov schemes applied to dam-break flow / A. J. Elong, L. Zhou, B. Karney, Z. Xue, Y. Lu // Water. – 2024. – Vol. 16, No. 5. – P. 641.

